

Matematyka dyskretna. Zadania domowe 1.

1. Niech $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$B = \{3, 6, 9\}$$

Dla powyższych zbiorów znajdź:

$$(A \setminus B) \cup B$$

$$A \otimes B$$

$$A \setminus (A \otimes B).$$

2. Podaj przykłady takich zbiorów A i B , że

$$(A \setminus B) \cup B = A$$

$$A \otimes B = A$$

$$A \setminus (A \otimes B) = \emptyset$$

3. Obliczyć dla $n = 8$

$$\sum_{k=1}^7 (-1)^{\lfloor \frac{n}{k} \rfloor} \lfloor k | n \rfloor$$

4. Sprawdź związki:

$$n = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n+1}{2} \right\rfloor \quad n \in \mathbf{Z}$$

$$n = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + \left\lceil \frac{n+1}{2} \right\rceil \quad n \in \mathbf{Z}$$

5. W zbiorze $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ określono relację

$$x R y \Leftrightarrow 5 \mid x^3 - y^3$$

Sprawdź, czy jest to relacja zwrotna, przechodnia, symetryczna, antysymetryczna, czy jest relacją równoważności i czy jest funkcją.

Narysuj graf relacji.

6. W zbiorze $A = \{2, 4, 5, 16, 25, 125\}$ określono relację

$$x R y \Leftrightarrow \text{Istnieje liczba naturalna } k \text{ taka, że } y = x^k$$

Sprawdź, czy jest to relacja zwrotna, przechodnia, symetryczna, antysymetryczna, czy jest relacją częściowego porządku.

Narysuj graf relacji.

7. Relacja R jest określona w zbiorze $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Następujące pary należą do relacji: $(1, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (2, 5), (3, 3), (4, 4), (4, 5)$. Czy tak określona relacja jest relacją częściowego porządku? Jeśli nie jest, to uzupełnij ją przez dodanie jak najmniejszej liczby par (m, n) tak, aby była relacją częściowego porządku.

8. Rozpatrz czterocyfrowe liczby utworzone z cyfr nieparzystych.
Ile jest takich liczb, że
- wszystkie cyfry są różne
 - cyfra 1 występuje w takiej liczbie co najmniej raz.
9. Na ile sposobów można ustawić litery a, b, c, d, e, f w takiej kolejności, by litery a i b sąsiadowały ze sobą.
10. Ile jest liczb czterocyfrowych, w których wszystkie cyfry są różne
c) i nie występują cyfry 1, 2, 5, zaś cyfry 0,3 występują.
11. Numer rejestracyjny składa się z 2 liter wybieranych ze zbioru {B, C, D, E, F}, następujących po nich 4 cyfr wybieranych ze zbioru {0, 1, 2, 3, 4, 5} i jednej litery na końcu ze zbioru {B, C, D, E, F}. W numerze rejestracyjnym litery mogą się powtarzać, ale cyfry nie. Ile można utworzyć różnych numerów rejestracyjnych, w których wystąpi co najmniej raz litera B?
12. Ile jest permutacji f zbioru ośmioelementowego, dla których $f(5) = 1$?