

Matematyka dyskretna. Zadania domowe 2.

1. Dla dwóch permutacji

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 8 & 5 & 2 & 9 & 3 & 4 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- wyznacz ich złożenie fg
- wyznacz permutacje odwrotne
- rozłóż je na cykle i określ ich typ
- wyznacz znak permutacji f , g , sprawdź prawdziwość wzoru
 $\text{sgn}(fg) = \text{sgn}(f) \cdot \text{sgn}(g)$

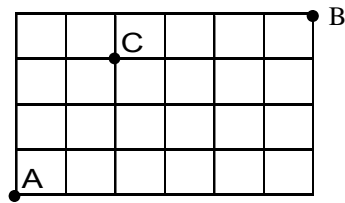
2. Wyznacz znak permutacji przy pomocy wzoru, wykorzystującego liczbę cykli o długości parzystej:

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 14 & 7 & 10 & 6 & 5 & 8 & 15 & 13 & 2 & 1 & 12 & 3 & 4 & 11 & 9 \end{bmatrix}$$

- Na ile sposobów może 8 osób wysiąść na trzech piętrach z windy, jeżeli uwzględniamy kolejność wysiadania?
- Do zdania egzaminu potrzeba więcej niż 50% punktów. Tworzymy dwie listy – tych osób, które zdały egzamin i tych które nie zdały, w kolejności otrzymanych punktów. Wiedząc, że w grupie 10 studentów żaden wynik nie powtórzył się, oblicz ile jest możliwych rozmieszczeń tych 10 osób na dwóch listach.
- Oblicz ilość różnych harmonogramów wykonywania pięciu programów na trzech procesorach oraz ilość różnych harmonogramów wykonywania trzech programów na pięciu procesorach. Jeden program przyporządkowujemy tylko jednemu procesorowi. Za różne uważamy harmonogramy, w których inny jest przydział programów do procesorów lub inna jest kolejność ich wykonywania. Która z obliczonych liczb jest większa i ile razy?
- Ile jest permutacji 10-elementowych, w których rozkładzie na cykle rozłączne wystąpi cykl 9-elementowy?
- Oblicz ile wynosi współczynnik liczbowy przy wyrazie $x^2 y^5$ w rozwinięciu dwumianu $(x - 2y)^7$.

10. Na ile sposobów można wybrać z 20 osób 3 rozłączne zespoły liczące odpowiednio 3, 5 i 7 członków?

11. Ile jest najkrótszych dróg na podanym planie miasta:



które prowadzą z punktu A do B i nie przechodzą przez punkt C?

12. Ile różnych liczb 7 cyfrowych można utworzyć, zapisując w dowolnej kolejności 7 cyfr 8, 8, 8, 8, 5, 5, 2 ?

13. Wykazać tożsamość:

$$\sum_{r=0}^n (-1)^r \binom{n}{r} = 0 \quad n \in \mathbf{N}, \quad n > 0$$

14. Ile jest rosnących ciągów czterowyrazowych o możliwych wartościach 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7?