

Przykładowe zadania egzaminacyjne z matematyki dyskretnej

Zadanie 1

Na ile sposobów można obdarować 8 dzieci 36 cukierkami tak, aby: rozdać wszystkie cukierki, nie pozostawić żadnego dziecka bez cukierków i zapewnić każdemu dziecku parzystą liczbę cukierków?
Odp.: 19 448.

Zadanie 2

Dla relacji binarnej w zbiorze $X = \{a, b, c, d, e, f, g\}$, opisanej podaną tablicą, należy zbudować diagram Hassego i za jego pomocą wyznaczyć: zbiór ograniczeń górnych i zbiór ograniczeń dolnych zbioru $A = \{c, d, e\}$ oraz kres dolny i kres górny zbioru A , łańcuch o maksymalnej liczności i minimalną liczbę antyłańcuchów pokrywających zbiór X .

Na przykładzie podanej relacji należy zilustrować tezę dualnego tw. Dilwortha.
Odp.: $\sup A = e$, $\inf A = b$, $4 = 4$.

1	1	1	1	1	
	1	1	1	1	
		1	1	1	
			1	1	
				1	
					1

Zadanie 3

Na ile sposobów można ułożyć w ciąg 4 jednakowe kule zielone, 3 jednakowe kule czerwone i 5 kul ponumerowanych? Odp.: 3 326 400.

Zadanie 4

W turnieju wzięło udział 9 pingpongistów. Rozegrano pewną liczbę spotkań singlowych, w których żadna para graczy nie wystąpiła więcej niż jeden raz.

Należy wykazać, że bez względu na liczbę rozegranych spotkań wśród zawodników jest co najmniej dwóch takich, którzy rozegrali tyle samo spotkań w tym turnieju. Odp.: $r = 1$.

Zadanie 5

W gonitwie biorą udział 4 konie ponumerowane kolejnymi liczbami naturalnymi od 1 do 4.

Na ile sposobów może zakończyć się ta gonitwa tak, aby żaden z koni nie zajął miejsca zgodnego ze swoim numerem? Odp.: 9.

Zadanie 6

Ile jest permutacji słowa MATEMATYKA, w których przynajmniej jedna z grup liter występujących więcej niż jeden raz w tym słowie stoi obok siebie? Odp.: 1 428 480.

Zadanie 7

Ile jest nieujemnych i całkowitych rozwiązań nierówności $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 6$, które spełniają warunki: $x_1 > 0$ i parzyste, $x_2 \in \{0,1\}$, x_3 podzielne przez 3 i $x_4 \leq 2$.

Wskazówka: należy zbudować funkcję tworzącą. Odp.: 15.

Zadanie 8

W pewnym klubie tenisowym trenuje 5 równorzędnych deblistów. Klub planuje rozgrywki ligowe w sezonie, w którym musi rozegrać 8 meczy z innymi klubami. Na ile sposobów można zaplanować rozgrywki deblowe w tym sezonie, jeśli w każdym meczu trzeba wystawić jedną parę deblową?

Odp.: 100 000 000.

Zadanie 9

Na ile sposobów można rozdzielić 6 ponumerowanych procesów pomiędzy 3 jednakowe procesory tak, aby żaden z procesorów nie był obciążony więcej jak 3 procesami?

Rozdzielić trzeba wszystkie procesy, żaden z procesorów nie może pozostać bezczynny i każdy proces będzie w całości wykonywany na jednym procesorze. Odp.: 75.

Zadanie 10

Na ile sposobów można zaplanować wykonanie 5 różnych urządzeń na 3 stanowiskach montażowych tak, aby żadne z nich nie pozostało bezczynne?

Plan musi podawać dla każdego urządzenia numer stanowiska i określać, w jakiej kolejności urządzenia będą montowane na każdym ze stanowisk. Odp.: 720.