# WYKŁAD 3

## Operacje sąsiedztwa

Są to operacje, w których na wartość zadanego piksla obrazu wynikowego $q$ o współrz. *(i,j)* mają wpływ wartości piksli **pewnego otoczenia** piksla obrazu pierwotnego $p$ o współrzędnych *(i,j)*:

Podział operacji **sąsiedztwa:**

- operacje *wygładzania*
- operacje *wyostrzania.*

Operacje **wygładzania** stanowią praktyczną realizację *filtracji dolnoprzepustowej* (FD) i dzielą się na operacje filtracji ***liniowej*** **i** ***nieliniowej.***

Operacje filtracji nieliniowej dzielą się na operacje filtracji ***logicznej*** i ***medianowej***.

Operacje **wyostrzania** stanowią praktyczną realizację filtracji górnoprzepustowej (FG) i dzielą się na operacje filtracji ***gradientowej*** i ***laplasjanowej***

## Wygładzanie obrazu

**Filtracja liniowa** (metody *konwolucyjne*, tzn. uwzględniające pewne otoczenie przetwarzanego piksla):

$$g(x,y) = \sum_{k=1}^{n} w_k f_k(x,y)$$

$n$ - liczba punktów (piksli) otoczenia wraz z pikslem przetwarzanym,
*f(x,y)* - wartość piksla o współrz. x,y obrazu pierwotnego,
*g(x,y)* - wartość piksla o współrz. x,y obrazu wynikowego
$w_k$ - waga k-tego piksla otoczenia

<u>Przykład:</u>

obraz [f(x,y)]

| | | | |
|---|---|---|---|
| 14 | 15 | 13 | 15 |
| 12 | 14 | 0 | 15 |
| 13 | 12 | 12 | 14 |
| 15 | 14 | 14 | 12 |

otoczenie 3x3

[f(x,y)]

| | | |
|---|---|---|
| 15 | 13 | 15 |
| 14 | 0 | 15 |
| 12 | 12 | 14 |

$\Rightarrow$

[g(x,y)]

| | | |
|---|---|---|
| 15 | 13 | 15 |
| 14 | 11 | 15 |
| 12 | 12 | 14 |

$$\begin{aligned} g(x,y) = {} & w_1 f(x-1,y-1) + w_2 f(x-1,y) + w_3 f(x-1,y+1) + \\ & + w_4 f(x,y-1) + w_5 f(x,y) + w_6 f(x,y+1) + \\ & + w_7 f(x+1,y-1) + w_8 f(x+1,y) + w_9 f(x+1,y+1) \end{aligned}$$

średnia ważona:

Filtracja liniowa

Ruchoma średnia

| | | |
|---|---|---|
| $w_1$<br>$x-1,y-1$ | $w_2$<br>$x-1,y$ | $w_3$<br>$x-1,y+1$ |
| $w_4$<br>$x,y-1$ | $w_5$<br>$x,y$ | $w_6$<br>$x,y+1$ |
| $w_7$<br>$x+1,y-1$ | $w_8$<br>$x+1,y$ | $w_9$<br>$x+1,y+1$ |

$y$

$x$

**Sposoby zapisu operacji filtracji liniowej :**

1. Za pomocą *macierzy wag*

2. Za pomocą *maski filtracji dolnoprzepustowej* (FD)

▪ Macierz wag

| | | |
|---|---|---|
| 1/9 | 1/9 | 1/9 |
| 1/9 | 1/9 | 1/9 |
| 1/9 | 1/9 | 1/9 |

▪ Maska filtracji dolnoprzepustowej (FD)
K - współczynnik maski

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

K = 1/9

**Przykłady macierzy wag i masek operacji filtracji liniowej:**

| | | |
|---|---|---|
| 1/10 | 1/10 | 1/10 |
| 1/10 | 2/10 | 1/10 |
| 1/10 | 1/10 | 1/10 |

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

K = 1/10

| | | |
|---|---|---|
| 1/16 | 2/16 | 1/16 |
| 2/16 | 4/16 | 2/16 |
| 1/16 | 2/16 | 1/16 |

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 1 |
| 2 | 4 | 2 |
| 1 | 2 | 1 |

K = 1/16

<u>Kwestie związane z liniową operacją filtracji dolnoprzepustowej(FD):</u>

- Wpływ poziomu jasności przetwarzanego piksla na wynik operacji
- Histogram obrazu pierwotnego a histogram obrazu wynikowego

# Filtracja nieliniowa

- filtracja logiczna
- filtracja medianowa

## Filtracja logiczna

Otoczenie punktu (4-spójne) - dyskusja 3-ch warunków

| | | |
|---|---|---|
| | a | |
| b | x | c |
| | d | |

1. $X' = \begin{cases} a \ \ if \ \ a = d \\ else \ \ X \end{cases}$ – eliminacja izolowanych punktów i poziomych linii o pojedynczej grubości

2. $X' = \begin{cases} b \ \ if \ \ b = c \\ else \ \ X \end{cases}$ – el. izolowanych punktów i pionowych linii o pojedynczej grubości

3. $X' = \begin{cases} a \ \ if \ \ a = b = c = d \\ else \ \ X \end{cases}$ – el. izolowanych punktów.

Przykład zastosowania w obrazach binarnych:

1)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

2)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |

3)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |

Otoczenie 8-spójne - dyskusja 5-ciu warunków

**Filtracja medianowa**

Usuwanie zakłóceń **bez rozmywania krawędzi** (por. metodę filtracji liniowej)

*Mediana* - wartość **środkowa** (sensie położenia w ciągu wartości uporządkowanych)

Przykład: - metoda filtracji liniowej: $w_k$=1/9: $\underset{i,j}{p_{śr}} = \frac{\sum_{k}^{9} p_k}{9}$

[p(i,j)]

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 15 | 15 | 14 | 13 | 14 |
| 14 | 14 | 13 | 0 | 12 |
| 1 | 1 | 12 | 11 | 12 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 10 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

[q(i,j)]

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 15 | 15 | 14 | 13 | 14 |
| 14 | 11 | 10 | 11 | 12 |
| 1 | 6 | 6 | 8 | 12 |
| 0 | 2 | 3 | 5 | 10 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

-metoda filtracji medianowej:

[q(i,j)]

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 15 | 15 | 14 | 13 | 14 |
| 14 | 14 | 13 | 12 | 12 |
| 1 | 1 | 1 | 11 | 12 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 10 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

$P_{22}$: 1 1 12 13 **14** 14 14 15 15
$P_{23}$: 0 1 11 12 **13** 13 14 14 15
$P_{24}$: 0 11 12 12 **12** 13 13 14 14
$P_{32}$: 0 0 1 1 **1** .....
$P_{33}$: 0 0 1 1 **1** ......
$P_{34}$: 0 1 1 10 **11** .......
$P_{42}$: 0 0 0 0 **0** .......
$P_{43}$: 0 0 0 0
**1** .......

$P_{44}$: 0 0 1 1 **1** .......

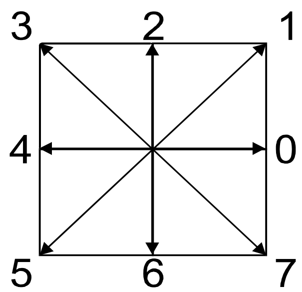
## Metody operacji na pikslach wchodzących w skład skrajnych kolumn i wierszy tablic reprezentujących obrazy pierwotne

1. Pozostawienie wartości piksli bez zmian
2. Wartości piksli są nieokreślone (xxxxxxxxxx)
3. Nadanie pikslom wartości arbitralnie zadanych przez operatora (np. same wartości „0”, „15”, „10” itd.
4. Operacje z zastosowaniem kolumn i wierszy pomocniczych („zdublowanie” skrajnych wierszy i kolumn)
5. Operacje z wykorzystaniem piksli z **istniejącego** sąsiedztwa.
   - Lewa skrajna kolumna (oprócz piksli górnego i dolnego rogu) – kierunki 0,1,2,6,7,
   - Lewa skrajna kolumna piksel w górnym rogu – kierunki 0, 6,7,
   - Lewa skrajna kolumna (piksel w dolnym rogu) – kierunki 0,1,2,
   - Prawa skrajna kolumna (oprócz piksli górnego i dolnego rogu) – kierunki 2,3,4,5,6,
   - Prawa skrajna kolumna piksel w górnym rogu – kierunki 4,5,6,
   - Prawa skrajna kolumna (piksel w dolnym rogu) – kierunki 2,3,4,
   - Górny skrajny wiersz (oprócz piksli z lewego i prawego rogu) – kierunki 4,5,6,7,0
   - Dolny skrajny wiersz (oprócz piksli z lewego i prawego rogu) – kierunki 0,1,2,3,4.

Obraz pierwotny

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 15 | 15 | 14 | 13 | 14 |
| 14 | 14 | 13 | 0 | 12 |
| 1 | 1 | 12 | 11 | 12 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 10 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Kierunki



**Wyostrzanie obrazu**

Metoda: konwolucja + maska *filtracji górnoprzepustowej(FG)*.
W wyostrzaniu stosuje się metody numeryczne aproksymujące pochodną.
<u>Zadanie wyostrzania</u>:
– podkreślenie na obrazie konturów obiektów
– podkreślenie na obrazie punktów informatywnych (np. wierzchołki dla wielokątów, zakończenia, skrzyżowania, rozgałęzienia linii dla rysunków technicznych, wykresów lub pisma).
Model zadania wyostrzania: **wydobycie i uwypuklenie krawędzi** obiektu.

**Opis matematyczny operacji wyostrzania**

Model krawędzi: linia prosta **separująca** dwa obszary o różnej *intensywności* (*jasności*) $I_1$ i $I_2$.
Użycie funkcji u(z) do matematycznego opisu krawędzi

$$u(z) = \begin{cases} 1 \;\; dla \;\; z > 0 \\ \frac{1}{2} \;\; dla \;\; z = 0 \\ 0 \;\; dla \;\; z < 0 \end{cases}$$

Jeśli δ(t) - impuls Diraca, to:

$$u(z) = \int_{-\infty}^{z} \delta(t) dt$$

Założenie: Krawędź leży wzdłuż linii prostej opisanej równaniem:

$$x \sin\varphi - y \cos\varphi + \rho = 0$$ (postać normalna prostej)

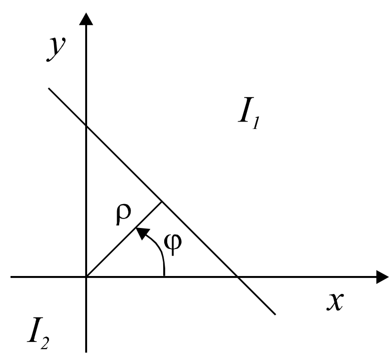
Intensywność obrazu:

$$f(x, y) = I_1 + (I_2 - I_1) u(x \sin\varphi - y \cos\varphi + \rho)$$

Pochodne cząstkowe:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \sin\varphi (I_2 - I_1) \delta(x \sin\varphi - y \cos\varphi + \rho)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -\cos\varphi (I_2 - I_1) \delta(x \sin\varphi - y \cos\varphi + \rho)$$




Właściwości kierunkowe *operatorów różnicowych* $\frac{\partial f}{\partial x}; \frac{\partial f}{\partial y}$ : wpływ **orientacji** krawędzi na wartości operatorów różnicowych.

Wektor: $\left[\dfrac{\partial f}{\partial x}, \dfrac{\partial f}{\partial y}\right]^T$ - **gradient intensywności (poziomów jasności)**

Kwadrat długości: $\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)^2 = \left((I_2 - I_1)\delta(x\sin\varphi - y\cos\varphi + \rho)\right)^2$

Operator wykrywania krawędzi;

Własności:

- symetryczny ze względu na obrót i działa tak samo na wszystkie krawędzie o różnych kierunkach,
- nieliniowy.

Drugie pochodne cząstkowe f(x,y)

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \sin^2\varphi(I_2 - I_1)\delta'(x\sin\varphi - y\cos\varphi + \rho)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -\sin\varphi\cos\varphi(I_2 - I_1)\delta'(x\sin\varphi - y\cos\varphi + \rho)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \cos^2\varphi(I_2 - I_1)\delta'(x\sin\varphi - y\cos\varphi + \rho)$$

**Laplasjan obrazu f(x,y)**

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = (I_2 - I_1)\delta'(x\sin\varphi - y\cos\varphi + \rho)$$

Własności:

- symetryczny ze względu na obrót,
- zachowuje znak różnicy intensywności,
- operator liniowy $\Rightarrow$ częściej stosowany niż inne
  - wyostrzanie,
  - inne zastosowania.

Wyostrzanie: użycie cyfrowych aproksymacji gradientu i laplasjanu.

Gradient: $\left[\dfrac{\partial f}{\partial x}, \dfrac{\partial f}{\partial y}\right]^T$;

**Moduł gradientu**: $G(x,y) = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$,

gdzie: $G_x$, $G_y$ - *cyfrowe aproksymacje* pochodnych.

## Cyfrowa wersja gradientu

Pochodna pionowa $G_x$ funkcji f(x,y):

$$G_x \overset{def}{=} \left[f(x+1,y-1)+2f(x+1,y)+f(x+1,y+1)\right]- \\ -\left[f(x-1,y-1)+2f(x-1,y)+f(x-1,y+1)\right]$$

*maska:*

| | *y-1* | *y* | *y+1* |
|---|---|---|---|
| *x-1* | -1 | -2 | -1 |
| *x* | 0 | 0 | 0 |
| *x+1* | 1 | 2 | 1 |

Pochodna poziomu Gy funkcji f(x,y):

$$G_X \overset{def}{=} \left[f(x-1,y+1)+2f(x,y+1)+f(x+1,y+1)\right]- \\ -\left[f(x-1,y-1)+2f(x,y-1)+f(x+1,y-1)\right]$$

*maska:*

| | *y-1* | *Y* | *y+1* |
|---|---|---|---|
| *x-1* | -1 | 0 | 1 |
| *x* | -2 | 0 | 2 |
| *x+1* | -1 | 0 | 1 |

$$G(x,y) = \sqrt{G_X^2 + G_y^2}$$

Cyfrowa wersja laplasjanu

$$L(x,y) = \left[f(x+1,y)+f(x-1,y)+f(x,y+1)+f(x,y-1)-4f(x,y)\right]$$

*maska:*

| | *y-1* | *Y* | *y+1* |
|---|---|---|---|
| *x-1* | 0 | 1 | 0 |
| *x* | 1 | -4 | 1 |
| *x+1* | 0 | 1 | 0 |

Własności:

**Gradient:** wrażliwy na intensywność zmiany; używany tylko do detekcji krawędzi;
**Laplasjan:** podaje dodatkową informację o położeniu piksla względem krawędzi (po jasnej czy po ciemnej stronie).

Przykłady:

jasna strona (-4)

f(x,y) L(x,y) g(x,y)

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 4 | 4 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 4 | 4 | 4 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 4 | 4 | 4 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 4 | 4 | 4 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 4 | 4 | 4 | 8 | 8 | 8 | 8 |

$\Rightarrow$

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | -4 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| x | x | x | x | x | x | x |
| x | 0 | 4 | -4 | 0 | 0 | x |
| x | 0 | 4 | -4 | 0 | 0 | x |
| x | 0 | 4 | -4 | 0 | 0 | x |
| x | x | x | x | x | x | x |

f(x,y) L(x,y) jasna strona (-4)

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 4 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 4 | 4 | 4 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 8 | 8 | 8 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 8 | 8 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 8 |

$\Rightarrow$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| x | x | x | x | x | x | x |
| x | 0 | 8 | -4 | 0 | 0 | x |
| x | 0 | 0 | 8 | -4 | 0 | x |
| x | 0 | 0 | 0 | 8 | -4 | x |
| x | x | x | x | x | x | x |

ciemna strona (+8)

Efekt: Obraz o wzmocnionych konturach obiektów.
Wyostrzenie: **złożenie** obrazów:
- wejściowego,
- po operacji zadanej laplasjanem, następnie przeskalowanie stopni szarości (jak w operacjach jednopunktowych).

Inne maski używane do wyznaczania laplasjanów:

| | | |
|---|---|---|
| 0 | -1 | 0 |
| -1 | 4 | -1 |
| 0 | -1 | 0 |

a)

| | | |
|---|---|---|
| -1 | -1 | -1 |
| -1 | 8 | -1 |
| -1 | -1 | -1 |

b)

| | | |
|---|---|---|
| 1 | -2 | 1 |
| -2 | 4 | -2 |
| 1 | -2 | 1 |

c)

| | | |
|---|---|---|
| -1 | -1 | -1 |
| -1 | 9 | -1 |
| -1 | -1 | -1 |

d)

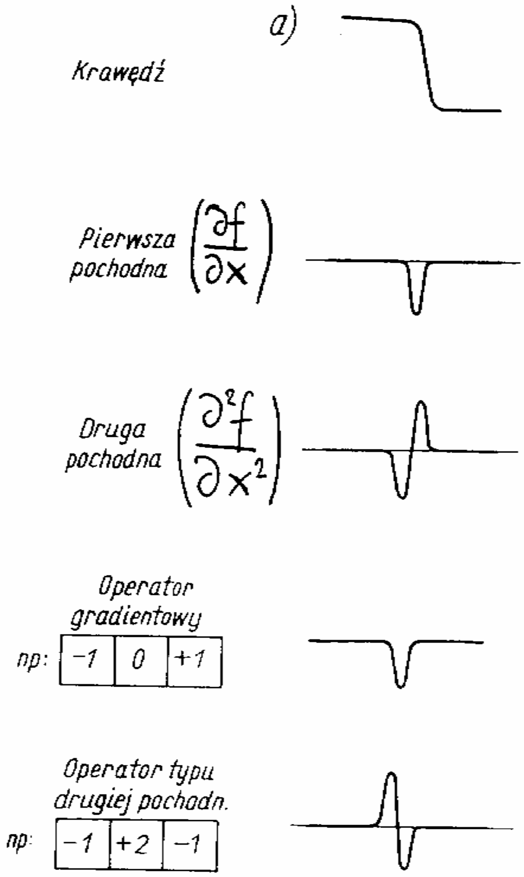
| | | |
|---|---|---|
| 0 | -1 | 0 |
| -1 | 5 | -1 |
| 0 | -1 | 0 |

**Krawędź obrazu widoczna w przekroju** (*xz)*

-obraz pierwotny

-po obróbce gradientowej (1-sza pochodna),

-po obróbce laplasjanowej (2-ga pochodna).



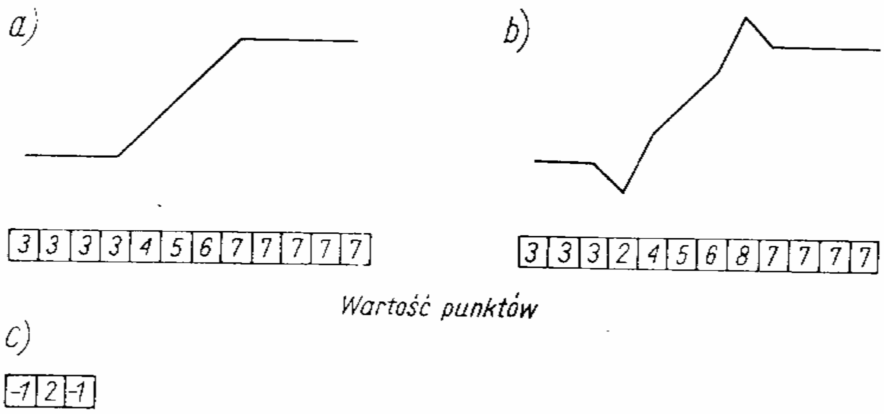

**Krawędź obrazu widoczna w przekroju** (*xz)*

**a)** obraz pierwotny

**b)** obraz wynikowy po obróbce laplasjanowej i po dodaniu w sposób ważony wartości jasności odpowiednich piksli.

c) maska laplasjanu

<u>Rezultat:</u> ***uwypuklenie*** (wzmacnianie) krawędzi (edge enhancement)



## Metody skalowania tablic obrazów wynikowych

**Cel skalowania:** sprowadzanie wartości piksli do zakresu [***0, (M-1)***]

### Metoda 1

$$g'(x,y) = \frac{g(x,y) - g(x,y)_{\min}}{g(x,y)_{\max} - g(x,y)_{\min}} \cdot (M-1)$$

Własność: równomierne przeskalowanie wszystkich piksli obrazu. Końcowy efekt: obraz z zakresu 0–($M$-$1$)

### Metoda 2

$$g'(x,y) = \begin{cases} 0 \text{ dla } g(x,y) < 0 \\ E[(M-1)/2] \text{ dla } g(x,y) = 0 \\ M-1 \text{ dla } g(x,y) > 0 \end{cases}$$

Zastosowanie: obrazy o jednolitym tle i dobrze widocznych obiektach – np. obrazy binarne. Efekt: czarno-biała krawędź na szarym tle.

### Metoda 3

$$g'(x,y) = \begin{cases} 0 \text{ dla } g(x,y) < 0 \\ g(x,y) \text{ dla } 0 \le g(x,y) \le M-1 \\ M-1 \text{ dla } g(x,y) > M-1 \end{cases}$$

## Pytania 3

1. Na jakie operacje dzielimy operacje sąsiedztwa?
2. Praktyczną realizację jakiego rodzaju filtracji stanowią operacje wygładzania obrazu?
3. Praktyczną realizację jakiego rodzaju filtracji stanowią operacje wyostrzania obrazu?
4. Podać nazwy dwóch grup operacji, na jakie dzielimy operacje wygładzania obrazu.
5. Podać nazwy dwóch grup operacji, na jakie dzielimy operacje wyostrzania obrazu.
6. Podać dwa przykłady otoczenia piksla przetwarzanego metodą liniową (konwolucyjną)
7. Jak dzielimy operacje nieliniowe wygładzania obrazu?
8. W jaki sposób obliczana jest wartość piksla w trakcie realizacji operacji medianowej?
9. W jaki sposób obliczana jest wartość piksla w trakcie realizacji operacji liniowej (konwolucyjnej) wygładzania?
10. Podać przykład operacji logicznej wygładzania dającej w efekcie eliminację pionowych linii o pojedynczej grubości oraz izolowanych piksli.
11. Podać dwa sposoby zapisu operacji liniowej wygładzania.
12. W jaki sposób obliczany jest współczynnik maski wygładzania?
13. Podać 5 przykładowych metod operacji na pikslach wchodzących w skład skrajnych kolumn i wierszy tablic reprezentujących obrazy pierwotne (w trakcie wykonywania operacji sąsiedztwa).
14. Podać wadę i zaletę filtracji medianowej w odniesieniu do filtracji liniowej.
15. Podać różnice pomiędzy gradientową operacją wyostrzania a laplasjanową operacją wyostrzania
16. W przypadku których operacji sąsiedztwa może zaistnieć potrzeba skalowania tablic obrazów wynikowych? Podać 3 metody skalowania.

# Problem 3

## Zadanie 1

Obliczyć wartości wag macierzy filtru wygładzającego o rozmiarze 5x5 wiedząc, że efekt działania tego filtru ma być równoważny efektowi działania dwóch przebiegów filtru 3x3 o macierzy wag jak na rysunku.

Filtr3x3

| | | |
|---|---|---|
| 1/9 | 1/9 | 1/9 |
| 1/9 | 1/9 | 1/9 |
| 1/9 | 1/9 | 1/9 |

Układ współrzędnych:

y →

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| x-2,y-2 | x-2,y-1 | x-2,y | x-2,y+1 | x-2,y+2 |
| x-1,y-2 | x-1,y-1 | x-1,y | x-1,y+1 | x-1,y+2 |
| x,y-2 | x,y-1 | x,y | x,y+1 | x,y+2 |
| x+1,y-2 | x+1,y-1 | x+1,y | x+1,y+1 | x+1,y+2 |
| x+2,y-2 | x+2,y-1 | x+2,y | x+2,y+1 | x+2,y+2 |

x ↓

## Zadanie 2

Dane są 2 przykładowe obrazy pierwotne f(x,y) (p. bieżący wykład str.10). Dla każdego z nich wyznaczyć obraz wynikowy g(x,y) (przed skalowaniem) oraz g'(x,y) (po skalowaniu). Zastosować następujące maski Laplasjanowe: maska (a) i maska (d) (p. bieżący wykład str.10). Zadanie rozwiązać stosując 4 i 5 metodę operacji na pikslach wchodzących w skład skrajnych kolumn i wierszy tablicy reprezentującej obraz pierwotny. Dla każdego z przypadków zastosować 2 i 3 metodę skalowania

# Materiały:


1. M. Doros: **Przetwarzanie obrazów, Skrypt WSISIZ, Warszawa 2005. (uwaga: wydania z lat poprzednich nie zawierają zadań)**
2. M. Doros, A. Korzyńska, M. Przytulska, H. Goszczyńska: **Przetwarzanie Obrazów, materiały pomocnicze do ćwiczeń, Skrypt WSISIZ, Warszawa 2004.**

## Zadanie1 - rozwiązanie:

<u>Wartość piksla obrazu wynikowego po pierwszym przebiegu filtru:.</u>

$g(x,y)=1/9*f(x-1,y-1)+1/9*f(x-1,y)+1/9*f(x-1,y+1)+ 1/9*f(x,y-1)+1/9*f(x,y) +1/9*f(x,y+1)+$
$+1/9*f(x+1,y-1)+1/9*f(x+1,y)+1/9*f(x+1,y+1)$
gdzie $f(x,y)$-wartość piksla o współrzędnych $x,y$ obrazu pierwotnego

<u>Wartość tego samego piksla po **dwóch** przebiegach tego filtru:</u>
$h(x,y)= 1/9*g(x-1,y-1)+1/9*g(x-1,y)+1/9*g(x-1,y+1)+ 1/9*g(x,y-1)+$
$+1/9*g(x,y)+1/9*g(x,y+1)+1/9*g(x+1,y-1)+1/9*g(x+1,y)+1/9*g(x+1,y+1)$
$h(x,y)= 1/9*[ 1/9*f(x-2,y-2)+1/9*f(x-2,y-1)+1/9*f(x-2,y)+ 1/9*f(x-1,y-2) +$
$+1/9*f(x-1,y-1)+1/9*f(x-1,y)+1/9*f(x,y-2)+1/9*f(x,y-1)+1/9*f(x,y)]+$
$+1/9*[ 1/9*f(x-2,y-1)+1/9*f(x-2,y)+1/9*f(x-2,y+1)+ 1/9*f(x-1,y-1) +$
$+1/9*f(x-1,y)+1/9*f(x-1,y+1)+1/9*f(x,y-1)+1/9*f(x,y)+1/9*f(x,y+1)]+$
$+1/9*[ 1/9*f(x-2,y)+1/9*f(x-2,y+1)+1/9*f(x-2,y+2)+ 1/9*f(x-1,y) +$
$+1/9*f(x-1,y+1)+1/9*f(x-1,y+2)+1/9*f(x,y)+1/9*f(x,y+1)+1/9*f(x,y+2)]+$
$+1/9*[ 1/9*f(x-1,y-2)+1/9*f(x-1,y-1)+1/9*f(x-1,y)+ 1/9*f(x,y-2) +$
$+1/9*f(x,y-1)+1/9*f(x,y)+1/9*f(x+1,y-2)+1/9*f(x+1,y-1)+1/9*f(x+1,y)]+$
$+1/9*[ 1/9*f(x-1,y-1)+1/9*f(x-1,y)+1/9*f(x-1,y+1)+ 1/9*f(x,y-1) +$
$+1/9*f(x,y)+1/9*f(x,y+1)+1/9*f(x+1,y-1)+1/9*f(x+1,y)+1/9*f(x+1,y+1)]+$
$+1/9*[ 1/9*f(x-1,y)+1/9*f(x-1,y+1)+1/9*f(x-1,y+2)+ 1/9*f(x,y)+$
$+1/9*f(x,y+1)+1/9*f(x,y+2)+1/9*f(x+1,y)+1/9*f(x+1,y+1)+1/9*f(x+1,y+2)]$
$+1/9*[ 1/9*f(x,y-2)+1/9*f(x,y-1)+1/9*f(x,y)+ 1/9*f(x+1,y-2)+$
$+1/9*f(x+1,y-1) +1/9*f(x+1,y)+1/9*f(x+2,y-2)+1/9*f(x+2,y-1)+1/9*f(x+2,y)]$
$+1/9*[ 1/9*f(x,y-1)+1/9*f(x,y)+1/9*f(x,y+1)+ 1/9*f(x+1,y-1)+$
$+1/9*f(x+1,y)+1/9*f(x+1,y+1)+1/9*f(x+2,y-1) +1/9*f(x+2,y)+1/9*f(x+2,y+1)]+$
$+1/9*[ 1/9*f(x,y)+1/9*f(x,y+1) +1/9*f(x,y+2)+ 1/9*f(x+1,y) +1/9*f(x+1,y+1)+1/9*f(x+1,y+2)$
$+1/9*f(x+2,y)+1/9*f(x+2,y+1)+1/9*f(x+2,y+2)]=$
(Otrzymujemy 25 wartości, które są wagami wynikowego filtru 5x5)
$= 1/81*f(x-2,y-2)+2/81*f(x-2,y-1)+3/81*f(x-2,y)+2/81*f(x-1,y-2)+4/81*f(x-1,y-1) +6/81*f(x-1,y)+3/81*f(x,y-2)+6/81*f(x,y-1)+9/81*f(x,y) +2/81*f(x-2,y+1)++4/81*f(x-1,y+1)+6/81*f(x,y+1)+1/81*f(x-2,y+2)+2/81*f(x-1,y+2) +3/81*f(x,y+2)+2/81*f(x+1,y-2)+4/81*f(x+1,y-1)+6/81*f(x+1,y)+ +4/81*f(x+1,y+1)+2/81*f(x+1,y+2)+2/81*f(x+2,y-1)+1/81*f(x+2,y-2) +3/81*f(x+2,y)+2/81*f(x+2,y+1)+1/81*f(x+2,y+2).$
Maska wynikowa: rozmiar 5x5, współczynnik K=1/81:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 2 | 1 |
| 2 | 4 | 6 | 4 | 2 |
| 3 | 6 | 9 | 6 | 3 |
| 2 | 4 | 6 | 4 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 2 | 1 |