

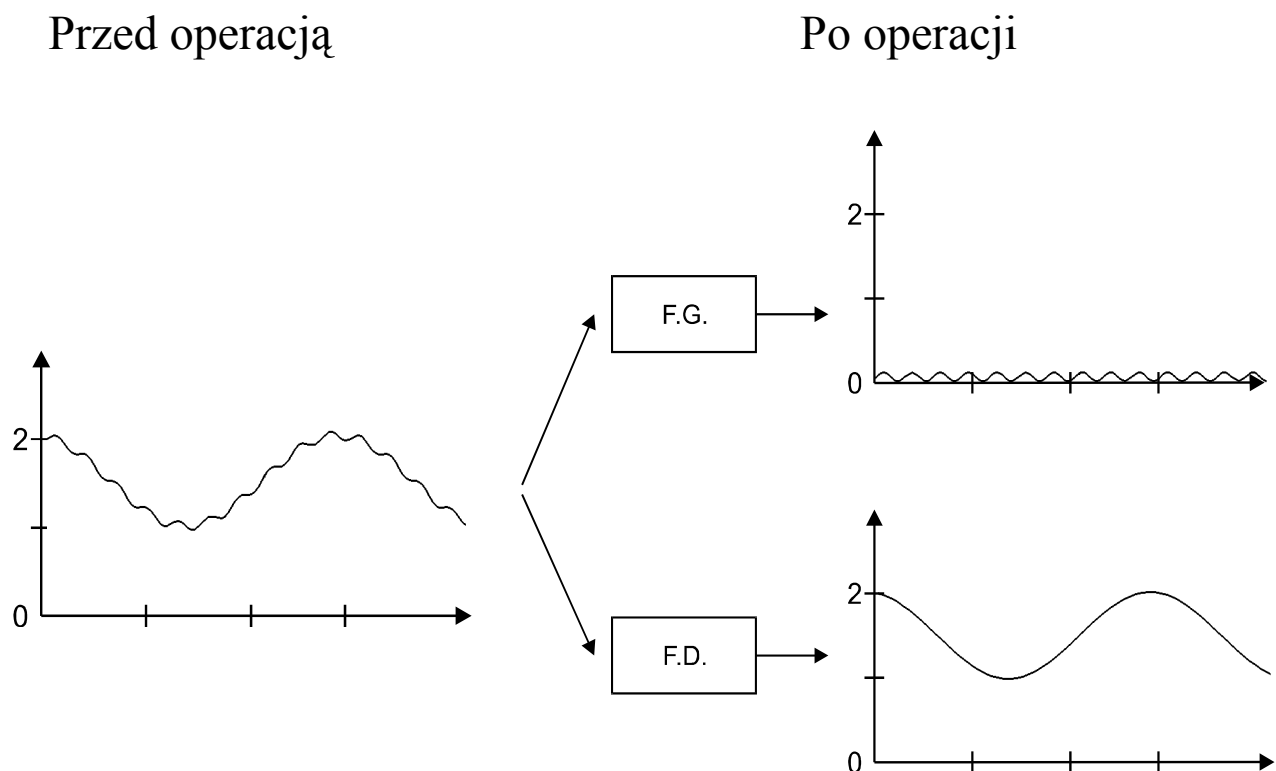
WYKŁAD 4

Interpretacja częstotliwościowa operacji sąsiedztwa

Operacje Wygładzania: **FD** - *filtracja dolnoprzepustowa*

Operacje Wyostrzania: **FG** - *filtracja górnoprzepustowa*

Przekrój obrazu:



Wyostrażanie obrazu

Metoda: konwolucja + maska *filtracji górnoprzepustowej (FG)*.

W wyostrażaniu stosuje się metody numeryczne aproksymujące pochodną.

Zadanie wyostrażania:

- podkreślenie na obrazie konturów obiektów
- podkreślenie na obrazie punktów informatywnych (np. wierzchołki dla wielokątów, zakończenia, skrzyżowania, rozgałęzienia linii dla rysunków technicznych, wykresów lub pisma).

Model zadania wyostrażania: **wydobycie i uwypuklenie krawędzi** obiektu.

Opis matematyczny operacji wyostrażania

Model krawędzi: linia prosta **separująca** dwa obszary o różnej *intensywności (jasności)* I_1 i I_2 .

Użycie funkcji $u(z)$ do matematycznego opisu krawędzi

$$u(z) = \begin{cases} 1 & \text{dla } z > 0 \\ \frac{1}{2} & \text{dla } z = 0 \\ 0 & \text{dla } z < 0 \end{cases} \quad \text{Jeśli } \delta(t) \text{ - impuls Diraca, to:}$$
$$u(z) = \int_{-\infty}^z \delta(t) dt$$

Założenie: Krawędź leży wzdłuż linii prostej opisanej równaniem:

$$x \sin \varphi - y \cos \varphi + \rho = 0 \quad (\text{postać normalna prostej})$$

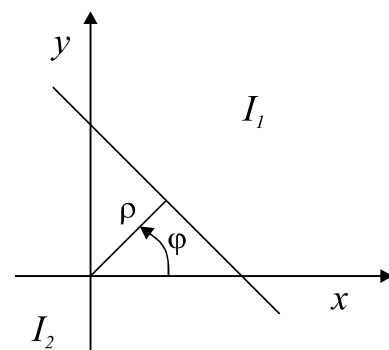
Intensywność obrazu:

$$f(x, y) = I_1 + (I_2 - I_1)u(x \sin \varphi - y \cos \varphi + \rho)$$

Pochodne cząstkowe:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \sin \varphi (I_2 - I_1) \delta(x \sin \varphi - y \cos \varphi + \rho)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -\cos \varphi (I_2 - I_1) \delta(x \sin \varphi - y \cos \varphi + \rho)$$



Właściwości kierunkowe *operatorów różnicowych* $\frac{\partial f}{\partial x}$; $\frac{\partial f}{\partial y}$: wpływ **orientacji** krawędzi

na wartości operatorów różnicowych.

Wektor: $\left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]^T$ - **gradient intensywności (poziomów jasności)**

Kwadrat długości: $\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 = \left((I_2 - I_1) \delta(x \sin \varphi - y \cos \varphi + \rho) \right)^2$

Operator wykrywania krawędzi;

Własności:

- symetryczny ze względu na obrót i działa tak samo na wszystkie krawędzie o różnych kierunkach,
- nieliniowy.

Drugie pochodne cząstkowe $f(x,y)$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \sin^2 \varphi (I_2 - I_1) \delta'(x \sin \varphi - y \cos \varphi + \rho)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -\sin \varphi \cos \varphi (I_2 - I_1) \delta'(x \sin \varphi - y \cos \varphi + \rho)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \cos^2 \varphi (I_2 - I_1) \delta'(x \sin \varphi - y \cos \varphi + \rho)$$

Laplasjan obrazu $f(x,y)$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = (I_2 - I_1) \delta'(x \sin \varphi - y \cos \varphi + \rho)$$

Własności:

- symetryczny ze względu na obrót,
- zachowuje znak różnicy intensywności,
- operator liniowy \Rightarrow częściej stosowany niż inne
 - wyostrzanie,
 - inne zastosowania.

Wyostrzanie: użycie cyfrowych aproksymacji gradientu i laplasjanu.

Gradient: $\left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]^T$;

Moduł gradientu: $G(x,y) = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$,

gdzie: G_x, G_y - cyfrowe aproksymacje pochodnych.

Cyfrowa wersja gradientu

Pochodna pionowa G_x funkcji $f(x,y)$:

$$G_x \stackrel{def}{=} [f(x+1,y-1) + 2f(x+1,y) + f(x+1,y+1)] - [f(x-1,y-1) + 2f(x-1,y) + f(x-1,y+1)]$$

maska:

	$y-1$	y	$y+1$
$x-1$	-1	-2	-1
x	0	0	0
$x+1$	1	2	1

Pochodna poziomu G_y funkcji $f(x,y)$:

$$G_y \stackrel{def}{=} [f(x-1,y+1) + 2f(x,y+1) + f(x+1,y+1)] - [f(x-1,y-1) + 2f(x,y-1) + f(x+1,y-1)]$$

maska:

	$y-1$	y	$y+1$
$x-1$	-1	0	1
x	-2	0	2
$x+1$	-1	0	1

$$G(x,y) = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

Cyfrowa wersja laplasjanu

$$L(x,y) = [f(x+1,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1) - 4f(x,y)]$$

maska:

	$y-1$	y	$y+1$
$x-1$	0	1	0
x	1	-4	1
$x+1$	0	1	0

Własności:

Gradient: wrażliwy na intensywność zmiany; używany tylko do detekcji krawędzi;

Laplasjan: podaje dodatkową informację o położeniu piksla względem krawędzi (po jasnej czy po ciemnej stronie).

Przykłady:

$f(x,y)$

4	4	4	8	8	8	8
4	4	4	8	8	8	8
4	4	4	8	8	8	8
4	4	4	8	8	8	8
4	4	4	8	8	8	8

$L(x,y)$

0	1	0
1	-4	1
0	1	0



ciemna strona (+4)
jasna strona (-4)
 $g(x,y)$

x	x	x	x	x	x	x
x	0	4	-4	0	0	x
x	0	4	-4	0	0	x
x	0	4	-4	0	0	x
x	x	x	x	x	x	x

$f(x,y)$

4	4	8	8	8	8	8
4	4	4	8	8	8	8
4	4	4	4	8	8	8
4	4	4	4	4	8	8
4	4	4	4	4	4	8

$L(x,y)$



jasna strona (-4)
ciemna strona (+8)

x	x	x	x	x	x	x
x	0	8	-4	0	0	x
x	0	0	8	-4	0	x
x	0	0	0	8	-4	x
x	x	x	x	x	x	x

Efekt: Obraz o wzmocnionych konturach obiektów.

Wyostrenie: **złożenie** obrazów:

- wejściowego,
- po operacji zadanej laplasjanem, następnie przeskalowanie stopni szarości (jak w operacjach jednopunktowych).

Inne maski używane do wyznaczania laplasjanów:

a)

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

b)

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

c)

1	-2	1
-2	4	-2
1	-2	1

d)

-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1

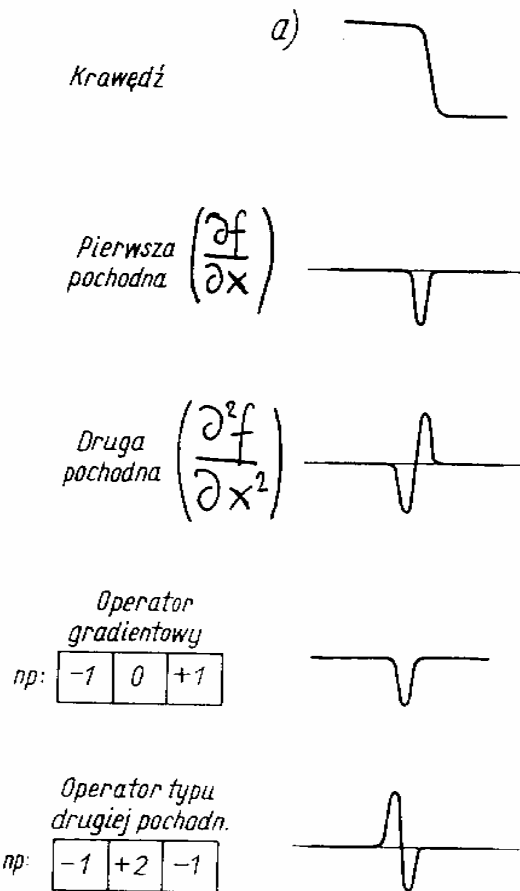
e)

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

Przekroje – linie profili:

Krawędź obrazu widoczna w przekroju (xz)

- obraz pierwotny
- po obróbce gradientowej (1-sza pochodna),
- po obróbce laplasjanowej (2-ga pochodna).



Krawędź obrazu widoczna w przekroju (xz)

- obraz pierwotny
 - obraz wynikowy po obróbce laplasjanowej i po dodaniu w sposób ważony wartości jasności odpowiednich piksli.
 - maska laplasjanu
- Rezultat: **uwypuklenie** (wzmacnianie) krawędzi (edge enhancement)

