

## WYKŁAD 12

- **Analiza obrazu**
- **Wyznaczanie parametrów ruchu obiektów**

Cel analizy obrazu: przedstawienie każdego z poszczególnych obiektów danego obrazu w postaci **wektora cech** dla przeprowadzenia procesu **rozpoznania** (ostatni etap procesu przetwarzania obrazu)

**Analiza obrazu** - realizacja *odwzorowania*:

$$B: D \rightarrow X$$

- $D$  - przestrzeń obrazów,
- $X$  - przestrzeń *wektorów cech*
- $B$  - odwzorowanie
- wyznaczenie cech obiektów (wyodrębnionych uprzednio w procesie segmentacji) przydatnych w procesie właściwego rozpoznawania; cechy charakteryzujące kształty; współczynniki *niezmiennicze* względem typowych przekształceń obrazów (obroty, przesunięcia, zmiany skali)
- *współczynniki kształtu*,
- *momenty geometryczne*.

**Analiza obrazu**: redukcja obrazu do *punktu* w  $n$ -wymiarowej *przestrzeni cech* lub do *wektora cech*  $\underline{x}$  w  $n$ -wymiarowej *przestrzeni cech*:

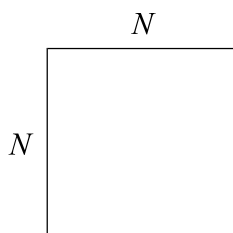
$$\underline{x} = [x_1, \dots, x_n]^T \quad \underline{x} \in X$$

$x_1, \dots, x_n$  - współrzędne (składowe) wektora

Przykład: piksel jako *składowa*  $N^2$  elementowego wektora cech (tzn.  $n=N^2$ ).

$$\text{Obraz} \begin{cases} N \times N \\ M = 256 \rightarrow B = 8 \text{ (1 bajt)} \end{cases}$$

$M$  - liczba poziomów jasności



wtedy:  $\underline{x} = [x_1, \dots, x_{N^2}]^T \equiv \underline{d} = [d_1, \dots, d_{N^2}]^T$

$$L = 2^{B \cdot N \cdot N}$$

$L$  - liczba klas, czyli w tym przypadku liczba wszystkich możliwych obrazów, piksel  $d_i$  stanowi  $i$ -tą składową wektora cech, gdzie  $i=1, \dots, N^2$ .

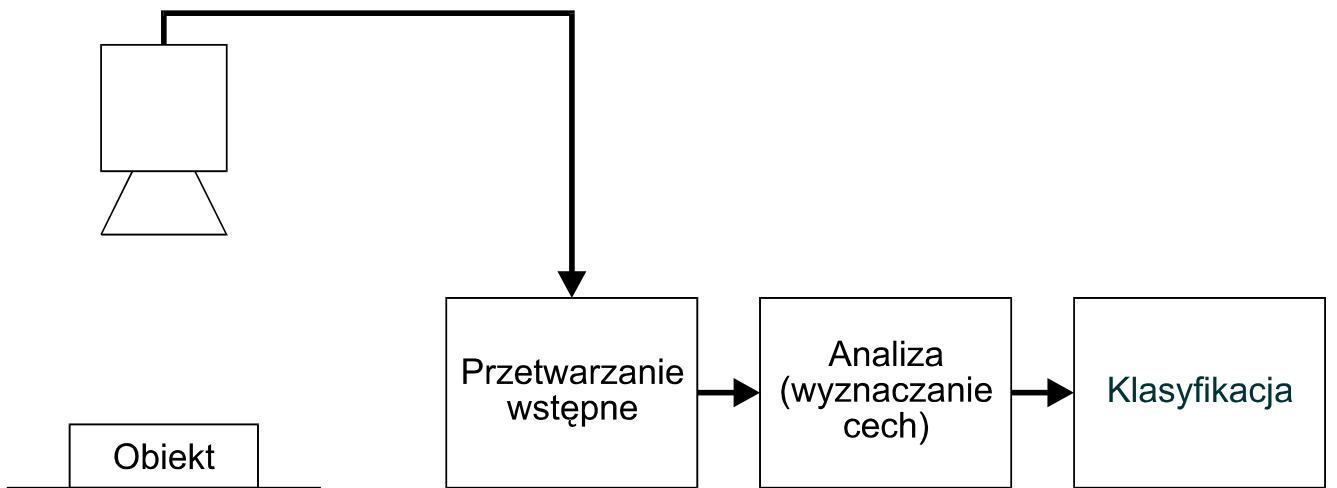
**Rozpoznanie obrazu** – realizacja odwzorowań:  $C: X \rightarrow R^L$      $F: R^L \rightarrow I$

$C$  - ustalenie *miary podobieństwa (dopasowania)* nieznanego obiektu  $d \in D$  opisanego wektorem cech  $x \in X$  do jednej z klas  $L$

$F$  - ustalenie ostatecznej decyzji o przynależności obiektu  $d$  opisanego wektorem cech  $\underline{x}$  do klasy  $i \in I$ , dla której miara podobieństwa jest maksymalna.

Efekt rozpoznania - **automatyczna identyfikacja** klasy, do której można zaliczyć nieznaną obiekt (np. obraz).

Złożenie 3 odwzorowań:  $A: D \rightarrow I$ ,  $A = F \cdot C \cdot B$



$$B: D \rightarrow X$$

(cechy)

$$C: X \rightarrow R^L$$

(dopasowanie)

$$F: R^L \rightarrow I$$

(decyzja)

### Oznaczenia:

- $X$  - przestrzeń cech,
- $C^i(\underline{x})$  - funkcja przynależności (miara dopasowania  $\underline{x}$  do  $i$ -tej klasy),
- $R^L$  -  $L$  liczb rzeczywistych,
- $I$  - zbiór indeksów klas. tzn.  $i \in I$

Ogólnie: rozpoznanie obrazu jest to automatyczna identyfikacja klasy, do której można zaliczyć nieznaną obiekt o dowolnej naturze, na przykład:

- rozpoznawanie scen i płaskich obrazów,
- rozpoznawanie mowy,
- identyfikacja stanu technicznego maszyn,
- diagnostyka chorób.

Etap poprzedzający analizę obrazu: **Segmentacja** – czyli wyodrębnienie widocznych na obrazie obiektów

Kolejny etap: **Analiza** obrazu – czyli **opis** obrazu, wyznaczenie dla każdego obiektu **cech** przydatnych do rozpoznania

### Techniki segmentacji obrazu

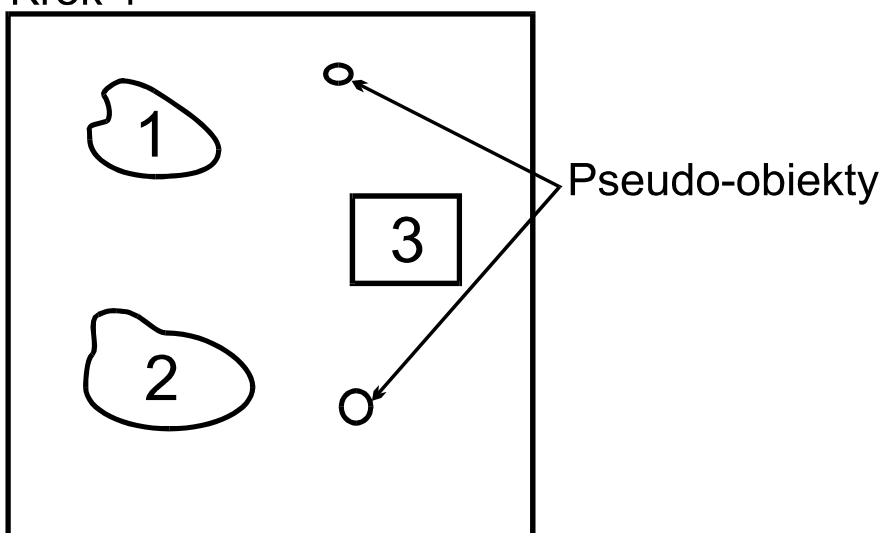
Rozróżniamy dwie podstawowe techniki segmentacji:

- segmentacja przez **podział obszaru** (*region - splitting*)
- segmentacja przez **rozrost obszaru** (*region - growing*)

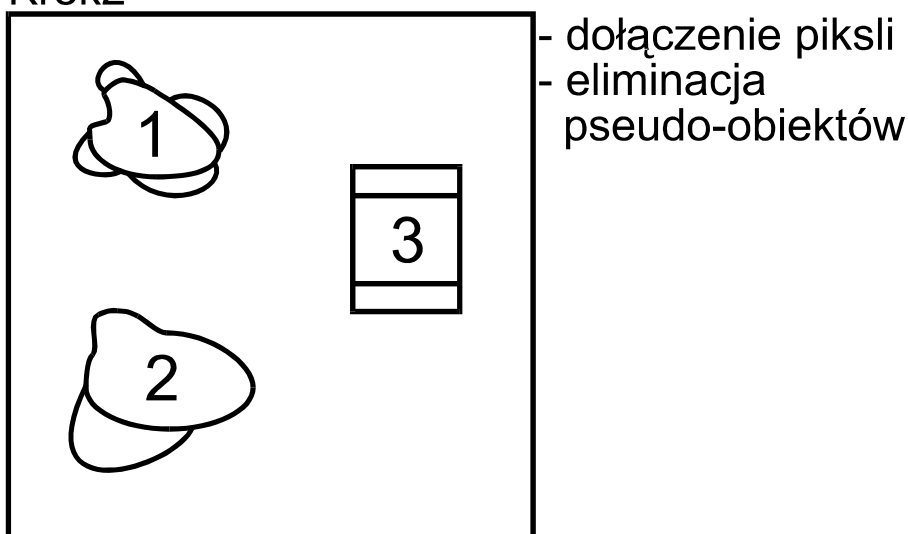
- **Segmentacja przez podział obszaru** ma charakter *iteracyjny (rekursywny)* i polega na stopniowym podziale dużych obszarów na mniejsze, w których piksele mają odpowiednią własność (kolor, jasność), znacznie różniącą się od własności pikseli w innych obszarach.

Zastosowanie metody progowania, wybór **progu dyskryminacji**  $\Theta$  (poziom szarości). Dołączanie pikseli spełniających warunki progowania i będących sąsiadami jednego lub więcej pikseli należących już do obszaru (otrzymanego już w poprzednim kroku w wyniku podziału)

Krok 1



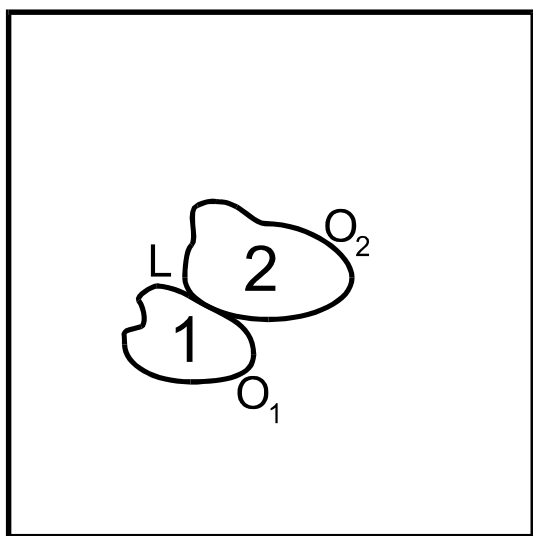
Krok2



Wada: Duża **złożoność obliczeniowa** segmentacji przez podział.

Zmniejszenie złożoności obliczeniowej: przeprowadzenie segmentacji wstępnej na obrazie o zredukowanej rozdzielczości (przestrzennej) a następnie przeprowadzenie segmentacji dokładnej przy pełnej rozdzielczości obrazu.

- **Segmentacja przez rozrost obszaru** - grupowanie sąsiednich pikseli, których określona własność czyli *atrybut* (np. jasność) mieści się w przyjętym zakresie. Grupy te stanowią *obszary atomowe*. Następnie testowanie sąsiadujących ze sobą obszarów atomowych pod względem ich własności i relacji przestrzennych w celu ich połączenia (scalenia). W tym przypadku własnościami sąsiadujących obszarów mogą być: długość ich wspólnej granicy oraz długość obwodów a także wzajemne usytuowanie tych obszarów.



L - długość granicy wspólnej

$O_1$  - obwód 1 - go obrazu

$O_2$  - obwód 2 - go obrazu

Warunek połączenia:

$L / O_1$  lub  $L / O_2$  - **muszą przekroczyć** pewien próg.

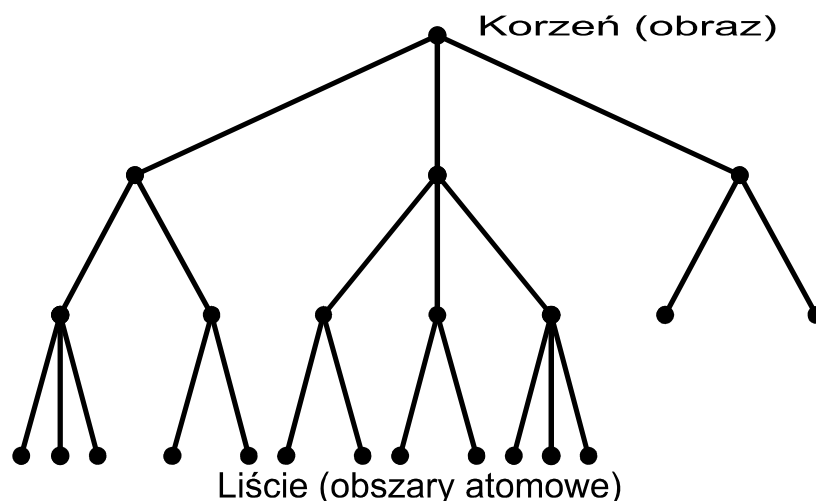
Własność segmentacji przez rozrost: silna zależność wyników segmentacji od **wyboru progu**.

Nieskomplikowane sceny - dobre wyniki

Sceny złożone - tendencje do tworzenia małych obszarów.

Redukcję wpływu wyboru progu na rezultaty segmentacji można uzyskać poprzez przechowywanie **drzewa obszarów** otrzymanych na

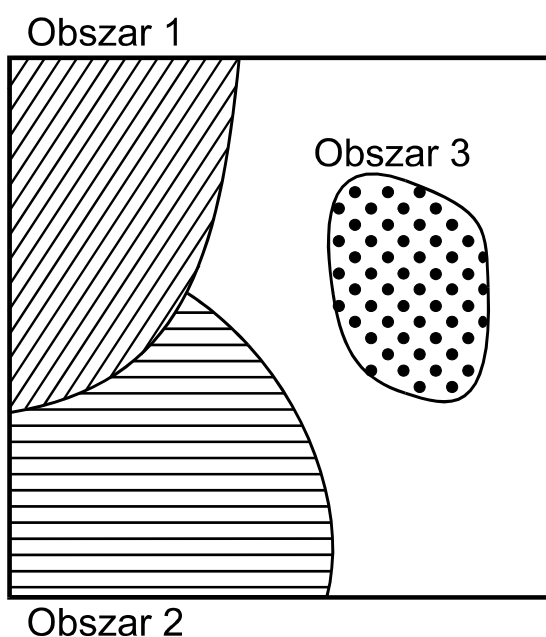
**różnych poziomach** rozrostu obszaru. Jest wtedy możliwość badania przez procedurą segmentacji **dodatkowych** zależności między obszarami.



### • Segmentacja oparta na statystyce

Dotyczy obrazów, dla których jednorodność obszaru nie jest mierzona jednorodnością takich atrybutów jak **jasność** czy **kolor**. Jednorodność obszaru mierzona jest stałym wzorcem (**teksturą**).

Segmentacja opiera się w tym przypadku na statystycznych właściwościach obszarów.



Niektóre metody:

- **analiza fraktalna** tekstury oparta na **wymiarze fraktalnym  $D$**  używanym jako parametr wyróżniający poszczególne tekstury.
- wyróżnianie (a również tworzenie) tekstur z wykorzystaniem parametrów **stochastycznych rozkładów Markowa**

## Przykłady algorytmów segmentacji

Uwaga: w wyniku stosowania różnych metod segmentacji uzyskuje się **zawsze** krawędzie zamknięte (granice obszarów). Jest to zaleta w porównaniu np. z metodami *detekcji krawędzi*, które na ogół **nie zapewniają** ciągłości wykrytych krawędzi.

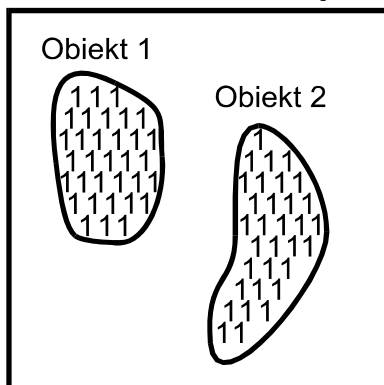
- Segmentacja bezpośrednia (metoda stosu)

1 krok: *kasowanie* obiektu, zapamiętanie na *stosie*.

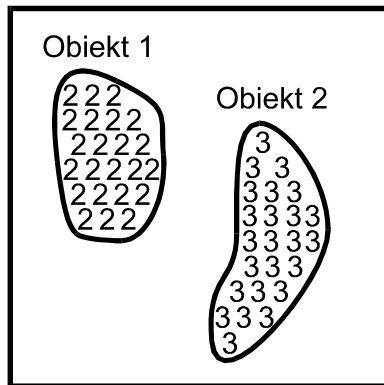
Analiza kolejnych linii obrazu binarnego  $b(x,y)$ . Po napotkaniu pierwszego punktu obiektu ( $b=1$ ) następuje przeszukiwanie najbliższego otoczenia wykrytego punktu i **kasowanie** kolejnych punktów należących do tego samego obiektu. Jednoczesne **zapamiętywanie** skasowanych punktów na **stosie** zlokalizowanym w pamięci komputera.

2 krok: odtwarzanie obiektu polegające na nadaniu pikslom wartości będących kolejnymi identyfikatorami odnalezionych obiektów - automatyczne indeksowanie (do zakodowania indeksu wystarcza w praktyce 1 bajt).

Obraz binarny



Obraz po 2-gim kroku





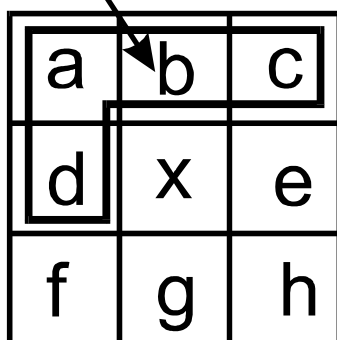
Problem: Dlaczego do zakodowania indeksu wystarcza w praktyce 1 bajt ?

Jak wygląda obraz po 1-szym kroku?

- **Algorytm liniowego przeglądania obrazu i sklejeń.**

Przeoglądanie obrazu linia po linii

punkty wcześniej zbadane



x - punkt badany; założmy, że należy on do obiektu; dalsze postępowanie zależy od wartości punktów już badanych (a,b,c,d), tzn. czy należą one do obiektu, czy nie.

2 warianty metody:

- tworzenie i bieżąca modyfikacja **tablicy sklejeń**
- wykonywanie sklejeń na bieżąco

Tworzenie i bieżąca modyfikacja tablicy sklejeń:

tablica taka ma tyle elementów, ile jest możliwych do wykrycia obiektów (zwykle 254 przy jednobajtowym indeksowaniu obiektów). Indeksami elementów tablicy są numery obiektów nadawane **wstępnie** w trakcie segmentacji obrazu, wartościami elementów tablicy są **definitywne** numery obiektów. **Sklejenia** dokonuje się poprzez wpisanie do elementów tablicy o indeksach równych numerom sklejanym obiektów - numeru obiektu po sklejeniu.

### Przykład:

Założmy, że na pewnym etapie procesu segmentacji wykryto 5 oddzielnych obiektów:

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	.....	...
Wartość	1	2	3	4	5	0	0	0	0	.....	...

(sklejenie obiektów 3 i 5)

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	.....	...
Wartość	1	2	3	4	3	0	0	0	0	.....	...

(sklejenie obiektów 1 i 3)

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	.....	...
Wartość	1	2	1	4	1	0	0	0	0	.....	...

Tablica LUT: zamiana numerów obiektów sklejanych na odczytane z tablicy.

Zalety metody:

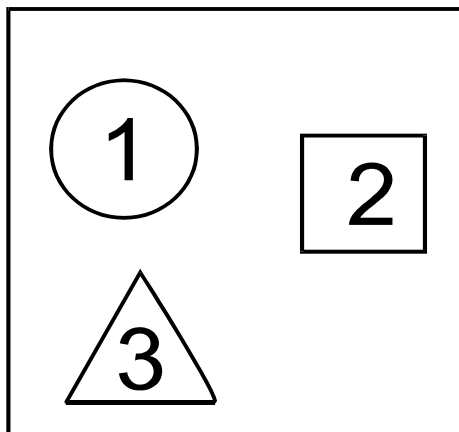
Metoda sklejeń przy użyciu liniowego przeglądania obrazu jest szybsza od metody indeksowania iteracyjnego (rekursywnego).

Wady:

- większy stopień skomplikowania algorytmu, niż w metodzie indeksowania rekursywnego.
- możliwość przepelnienia tablicy sklejeń (1 wariant).
- wielokrotne przekodowywanie obrazu.

## Wyznaczanie cech obiektów

Obraz po segmentacji:



Żądana własność cech:

- *afiniczność* czyli *niezmienniczość* względem:
  - obrotu.
  - przesunięcia.
  - skali.

Jakie cechy nadać obiektom 1, 2, 3, aby dokonać ich odpowiedniej klasyfikacji

Podstawowe cechy:

- *współczynniki kształtu.*
- *momenty geometryczne.*

## Współczynniki kształtu

$$W1 = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

**Współczynniki cyrkularności ( $W1, W2$ ):**  
 $W1$  określa średnicę koła o powierzchni  
równiej powierzchni badanego obiektu,

$$W2 = \frac{L}{\pi}$$

$W2$  określa średnicę koła o długości obwodu równej  
długości obwodu badanego obiektu  
 $L$  - obwód obiektu,  $S$  - powierzchnia obiektu

$$W3 = \frac{L}{2\sqrt{S \cdot \pi}} - 1$$

### **Współczynnik Malinowskiej**

Współczynniki  $W1, 2, 3$  - szybkie obliczanie

$$W4 = \frac{S}{\sqrt{2\pi \iint (r^2) ds}}$$

**Współczynnik Blaira-Blissa** (większa wrażliwość na zmiany kształtu);  $r$  - odległość elementu pola  $ds$  od środka ciężkości obiektu

$$W5 = \frac{S^3}{\left(\iint_S l ds\right)^2}$$

### **Współczynnik Danielssona**

$l$  - minimalna odległość elementu  $ds$  od konturu obiektu

$$W6 = \sqrt{\frac{(\sum d)^2}{n \sum d^2 - 1}}$$

### **Współczynnik Haralicka**

$d$  - odległość pikseli konturu od jego środka ciężkości  $n$  - liczba punktów konturu.

Współczynniki  $W4, 5, 6$  - wolniejsze obliczanie niż  $W1, 2, 3$

$$W7 = \frac{r_{\min}}{R_{\max}}$$

**Współczynnik Lp1;**  $r_{\min}$  - minimalna odległość konturu od środka ciężkości,

$R_{\max}$  - maksymalna odległość konturu od środka ciężkości

$$W8 = \frac{L_{\max}}{L}$$

### **Współczynnik Lp2**

$W7, W8$  określają cechy pośrednie

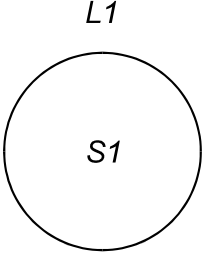
$$W9 = \frac{2\sqrt{\pi \cdot S}}{L}$$

**Współczynnik  $Mz$**  (Malinowskiej uproszczony)  
 $L_{\max}$  - maksymalny gabaryt obiektu

Przykład: wyznaczenie  $W1$  i  $W2$  dla wybranych obiektów

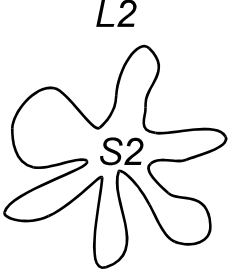
$1W1, 2W1$  - współczynnik  $W1$  liczony odpowiednio dla obiektu 1 i 2

$1W2, 2W2$  - współczynnik  $W2$  liczony odpowiednio dla obiektu 1 i 2

obiekt 1 

$$1W1 = 2\sqrt{\frac{S1}{\pi}} = 2r_1 \quad 1W2 = \frac{L1}{\pi} = 2r_1$$

$S1 \succ S2, \quad r1 \succ r2 \quad L2 \succ L1, \quad r2 \succ r1$

obiekt 2 

$$2W1 = 2\sqrt{\frac{S2}{\pi}} = 2r2 \quad 2W2 = \frac{L2}{\pi} = 2r2$$

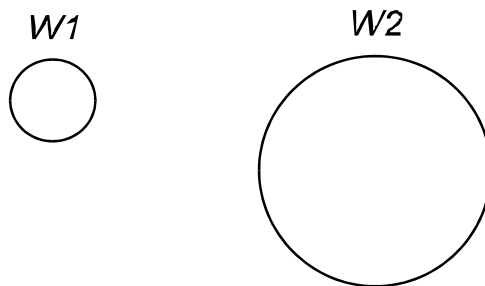
$1W1 \succ 2W1, \quad 2W2 \succ 1W2$

**W1** wyznacza średnicę koła  
 ( $2r_1$  lub  $2r_2$ ) o **powierzchni**  
 równej powierzchni  
 analizowanego obiektu

**W2** wyznacza średnicę koła  
 ( $2r_1$  lub  $2r_2$ ) o **obwodzie**  
 równym obwodowi  
 analizowanego obiektu



Zobrazowanie  $W1$  i  $W2$   
dla obiektu 2:



Problem: zobrazować  $W1$  i  $W2$  dla obiektu 1

Przykład: wyznaczenie  $W7$  i  $W8$  ( $Lp1$ ,  $Lp2$ ) dla obiektów 1 i 2

$$W7 = \frac{r_{\min}}{R_{\max}}$$
$$W8 = \frac{L_{\max}}{L}$$

Obiekt 1:  $W7 \cong 1$ ,  $W8 \langle 1$

Obiekt 2:  $W7 \langle 1$ ,  $W8 \langle \langle 1$

Współczynniki kształtu  $W1, \dots, W9$  stanowią **skalarną miarę kształtu** analizowanego obiektu.

**Konstrukcja wektora cech z użyciem współczynników kształtu**

## Wyznaczanie parametrów ruchu na płaszczyźnie

- **Predykcja** (przewidywanie) położenia ruchomego obiektu

### Założenia:

ruch jednostajny, niejednostajny, prostoliniowy, krzywoliniowy; dane  $N$  położzeń punktu (np. środka ciężkości obiektu) w  $N$  chwilach czasowych

### Metoda:

*Regresja liniowa drugiego rodzaju*

Wyjaśnienie terminu:

liniowa: - odpowiadająca układowi równań liniowych

drugiego rodzaju: - założenie z góry charakteru krzywej regresji; np. prosta, parabola, hiperbola okrąg

### Przykłady:

ruch jednostajny po:

- prostej,
- paraboli,
- hiperboli



**Przykład:** ruch jednostajny prostoliniowy.

Założenie:

krzywa regresji jest linią prostą o równaniu:

$$Y = b_0 + b_1 X$$

Dla wielkości  $Y_i$  i  $X_i$ :

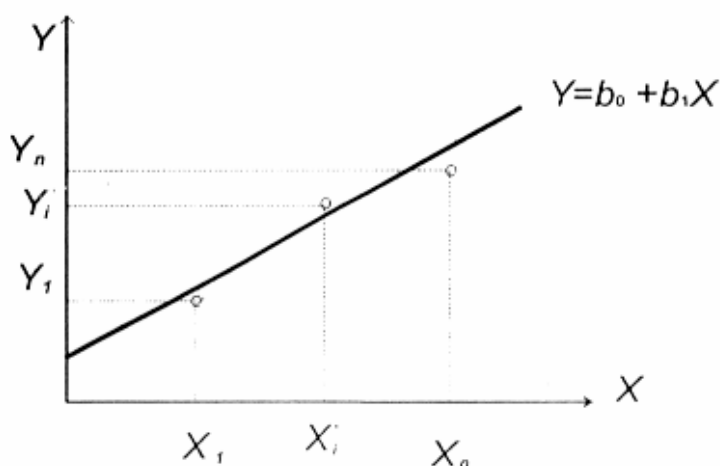
$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$$

gdzie:

$X_i$  - współrzędna  $x$   $i$ -tego położenia obiektu

$Y_i$  - współrzędna  $y$   $i$ -tego położenia obiektu

$\varepsilon_i$  - błąd  $i$ -tego pomiaru



Wtedy **całkowity błąd kwadratowy** wynosi:

$$S = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2$$

Należy znaleźć takie wartości parametrów  $b_0$  i  $b_1$  aby po ich podstawieniu do ostatniego równania **całkowity błąd kwadratowy** był **minimalny**.

Pochodne cząstkowe  $S$ :

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^n X_i (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)$$

$S$  jest **minimalne**, gdy  $\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial \beta_0} = 0$ ;  $\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial \beta_1} = 0$

stąd: 
$$\sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n X_i (Y_i - b_0 - b_1 X_i) = 0$$

Otrzymujemy układ równań liniowych:

$$\begin{cases} b_0 n + b_1 \sum_{i=1}^n X_i = \sum_{i=1}^n Y_i \\ b_0 \sum_{i=1}^n X_i + b_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 = \sum_{i=1}^n X_i Y_i \end{cases}$$

Z powyższego układu obliczenie wielkości  $b_0$  i  $b_1$ , które są *parametrami poszukiwanej* krzywej regresji:

Zależność wektorowa pomiędzy położeniami punktu a odpowiednimi momentami czasowymi:

$$x_i = s + vt_i + e_i$$

gdzie:  $x_i \in R^2$  - i-te położenie obiektu ( $i=1, \dots, N$ )

$s \in R^2$  - położenie początkowe

$v \in R^2$  - wektor prędkości

$t_i$  - czas i-tego pomiaru

$e_i \in R^2$  - błąd i-tego pomiaru

poszukiwane: wektory  $s$  oraz  $v$

Obliczając pochodne cząstkowe sumy kwadratów odchyłeń położeń teoretycznych punktów od położeń rzeczywistych po  $s$  i po  $v$  i przyrównując je do zera (w celu znalezienia minimum) otrzymuje się następujące wzory na parametry ruchu jednostajnego prostoliniowego:

$$T = \sum_{i=1}^N t_i$$

$$X = \sum_{i=1}^N x_i$$

$$T_2 = \sum_{i=1}^N t_i^2$$

$$Z = \sum_{i=1}^N t_i x_i$$

$$v = \frac{NZ - TX}{NT_2 - TT}$$

$$s = \frac{TZ - T_2X}{NT_2 - TT}$$

**Problem:** Obliczenie parametrów krzywych regresji - innych niż linia prosta  
np.: parabola, hiperbola, okrąg itp.

np.: parabola o równaniu:  $Y = b_0 + b_1X + b_2X^2$

Dalsze działania analogiczne, jak dla prostej

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \varepsilon_i$$

$$S = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i - \beta_2 X_i^2)^2$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_0}; \quad \frac{\partial S}{\partial \beta_1}; \quad \frac{\partial S}{\partial \beta_2}$$

Podobnie w przypadku hiperboli  $Y = a/X$