

## Oczekiwana wartosc doskonałej informacji

$$EVPI = EV_{wPI} - \max EMV(a_i)$$

EVPI - maksymalna kwota, jaka podejmujacemu decyzje oplaca sie wydac , aby uzyskac doskonała informacja

## Podjmowanie decyzji w warunkach niepewności

Podejmujący decyzje nie dysponuje żadnymi informacjami o prawdopodobieństwie realizacji poszczególnych stanów natury

Kryteria wyboru decyzji optymalnej:

### 1) Kryterium maksymalne (Maxmax)

Decyzja optymalna = decyzja, której odpowiada maksymalna wypłata

$$d_{Maxmax} = \arg \max(\max w_{ij})$$

### 2) Kryterium maksymalne (Maxmin)

D.opt = decyzja, której odpowiada maksymalna z minimalnych wypłat (minimalna strata)

$$d_{Maxmin} = \arg \max(\min w_{ij})$$

### 3) Kryterium Laplace'a

Założenie : wszystkie stany natury sa jednakowo prawdopodobne.

D.opt = decyzja, której odpowiada maksymalna oczekiwana wypłata

$$d_L = \arg \max_i \left( \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m w_{ij} \right)$$

### 4) Kryterium Hurwicza

Założenie: podejmujący decyzje określa wartosc pewnego współczynnika  $\alpha$  (jego stopień optymizmu) [0,1]

D.opt = decyzja, której odpowiada max. Ocena Hurwicza

$$d_L = \arg \max H(a_i) \triangleright H(a_i) = \mathbf{a} * (\max_j w_{ij}) + (1 - \mathbf{a}) * (\min_j w_{ij})$$

### 5) Kryterium Savage'a (Minimaxowe)

D.opt = decyzja, której odpowiada minimalna z maksymalnych strat mozliwosci

$$d_{Minimax} = \arg \min_i (\max s_{ij})$$

## Proces decyzyjny:

- 1) Sformułuj jasno problem decyzyjny
- 2) Wylicz wszystkie mozliwe decyzje
- 3) Zidentyfikuj wszystkie mozliwe stany natury
- 4) Okresl wypłate dla wszystkich mozliwych sytuacji
- 5) Wybierz stosowny model matematyczny
- 6) Zastosuj wybrany model i podejmij decyzje

**Podejmowanie decyzji w warunkach ryzyka**

Podejmującemu znany jest rozkład prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych stanów natury.

**1) Kryterium oczekiwanej wypłaty**

D.opt = decyzja, której odpowiada maksymalna oczekiwana wypłata

$$EMV(a_i) = \sum_{j=1}^m w_{ij} * p_j \triangleright d_{EMV} = \arg \max_i EMV(a_i) - \text{tablica\_zyski}$$

**2) Kryterium oczekiwanej straty mozliwosci**

D.opt = decyzja, której odpowiada minimalna strata mozliwosci

$$EOL(a_i) = \sum_{j=1}^m s_{ij} * p_j \triangleright d_{EOL} = \arg \min_i EOL(a_i) - \text{tablica\_strat}$$

**Oczekiwana wypłata przy wykorzystaniu doskonałej informacji:**

EvwPI – srednia wypłata, której mozna sie spodziewac , gdyby zawsze przed podjeciem decyzji wystepowala pewnosc co do wystapienia konkretnego stanu natury.

$$EVwPI = \sum_{j=1}^m (\max_k w_{kj}) * p_j$$

ANALIZA REGRESJI (Jak ...)

Czesto w praktyce interesuje nas zaleznosc obserwowanej zmiennej losowej (zm.zaleznej -> zmienna objasniana) **Y** od wartosci innej zmiennej (niezaleznej -> objasniajacej) **X**.

Model regresyjny  $Y=f(x)$ 

Regresja prosta – jeden **X**, jeden **Y**  
**Model regresji deterministyczny**

$$Y=a+bX$$

- 1) rysunek
- 2) Jesli rozklad liniowy wtedy
- 3) Szukamy  $a$  i  $b$
- 4) Weryfikujemy poprawnosc modelu  
,  
jesli zly szukamy dalej
- 5) **DOBRY**, wykorzystujemy go

**Model niedeterministyczny**

$$Y_i = f(x_i) + e_i \leftarrow \text{zakłócenia}$$

wynik obserwacji    składnik  
systematyczny

Zalozenia

- 1) miedzy **X** i **Y** zwiazek liniowy
- 2) cala losowosc pochodzi od epsilon
- 3) bledy losowe maja zerowy  $E\epsilon$  i stała wariancje

Regresja wieloraka

- a)  $R^2 \rightarrow 100\%$   
 $R^2(\text{skoryg.}) \rightarrow 100\%$   
Współczynnik determinacji :  
 $R^2 = \text{SSR} / \text{SST} = 1 - \text{SSE} / \text{SST}$   
**SSE** – zmienność niewyjaśniona  
suma kwadratów błędów  
**SST** - zmienność całkowita  
całkowita suma kwadratów odchylen  
**SSR** – zmienność wyjaśniona
- b) analiza wariancji (**ANOVA**) :  
**H:**  $a_1 = a_2 = 0$   
**K:**  $a_1 \neq 0 \vee a_2 \neq 0$
- c) test istotności dla współczynników:  
**H:**  $a_1 = 0$     **H:**  $a_2 = 0$   
**K:**  $\sim H$       **K:**  $\sim H$
- d) czy reszty mają rozkład normalny (**test Shapiro-Wilksa**) (**muszą być losowe**)

Regresja prosta liniowa

1. znaleźć funkcje, dopasować model
2. analiza dopasowania modelu
  - a) wsp. Korelacji = +/- 1  
 $R^2 = 98\% \rightarrow 100\%$
  - b) test istotności dla  $b$  (wsp. kierunkowego)  
**H:**  $b=0$   
**K:**  $\sim H$   
 $\alpha > p \Rightarrow$  odrzuc  $H$
  - c) analiza wariancji:  
**H:** nie ma istotnej zależności między **X** i **Y**  
**K:**  $\sim H$
  - d) test istotności dla wsp. korelacji  
**H:**  $d = 0$   
**K:**  $d \neq 0$

**Analiza wariancji** to technika postępowania matematycznego stosowana przy badaniu systematycznego wpływu danych czynników na przypadkowe wyniki. Początkowo była stosowana w rolnictwie w celu zbadania wpływu różnych czynników (np. rodzaju nawozu, sposobu nawożenia) na wysokość plonów.

### Jednoczynnikowa analiza wariancji (Zal. Niezależność prób i obserwacji w próbach)

1. Najpierw sprawdzamy czy badana cecha ma rozkład normalny test S-Wilksa
2. oraz  $s_1^2 = s_2^2 = \dots = s_n^2$  - jednorodność wariancji
3. Jeśli tak, sprawdzamy hipotezę jakoby czynniki zewnętrzne nie miały wpływu na wynik obserwacji

$$\begin{cases} H : \bar{m}_1 = \dots = \bar{m}_i \\ K : \neg H \end{cases} \quad \text{inaczej :} \quad \begin{cases} H : a_1 = 0 \\ K : \neg H \end{cases}$$

$\bar{m}_i$  - średnia wielkość  $x$  dla  $i$ -tego poziomu czynnika

Poziomy czynnika to np. stopień nawadniania

1. model stały – poziomy czynnika ustalone z góry
2. model losowy – poziomy czynnika losowe
3. model mieszany – część poziomów ustalona, część losowa

**W przypadku gdy w ANOVie jednoczynnikowej odrzucimy  $H$  (czyli czynniki nie mają wpływu na wyniki obserwacji) możemy stosować porównania wielokrotne:**

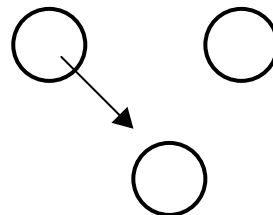
$$\begin{cases} H : \bar{m}_i - \bar{m}_j = 0 \\ K : \neg H \end{cases}$$

### Dwukierunkowa (dwuczynnikowa) analiza wariancji:

To samo co w jednoczynnikowej (1,2)

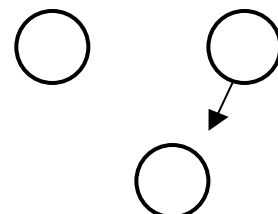
1. czy występują efekty czynnika A?

$$\begin{cases} H : a_1 = a_2 = 0 \\ K : \neg H \end{cases}$$



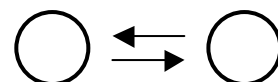
2. czy występują efekty czynnika B? (czynnik B nie ma wpływu)

$$\begin{cases} H : b_1 = b_2 = 0 \\ K : \neg H \end{cases}$$



3. czy występuje interakcja czynników A i B?

$$\begin{cases} H : g_{ij} = 0 \\ K : \neg H \end{cases}$$

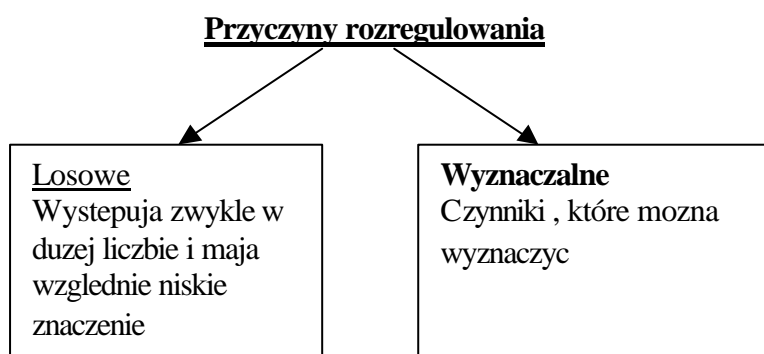


## STATYSTYCZNE STEROWANIE PROCESEM

### SPC – strategia systematycznej etapowej optymalizacji systemu produkcji

- 1) sporządzenie dokładnego diagramu produkcji
- 2) pobieranie losowych próbek w regularnych odstępach czasu
- 3) wykorzystywanie obserwowanych odchyleń do wykrycia przyczyn

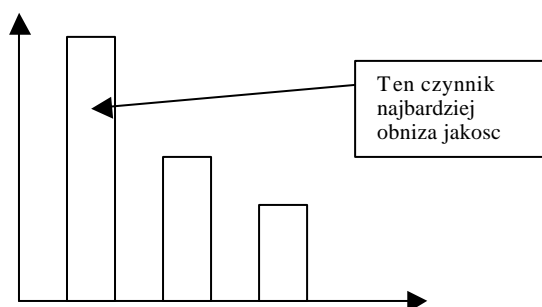
Podstawowy cel SPC : wykrycie rozregulowan



**Stan statystycznie uregulowany** – zmienność między obserwacjami jest losowa, ale nie zmienna w czasie.

**Proces uregulowany** – każda z miar jakości (EX, frakcje jednostek niezgodnych) jest w stanie statystycznie uregulowanym.

### WYKRES PARETO



Na wykresie Pareto widac udział poszczególnych czynników w obniżaniu jakości.

#### ZASADA PARETO

Stosunkowo niewiele przyczyn pociąga za sobą katastrofalnie wiele niepowodzeń, 20% przyczyn decyduje o 80% błędów.

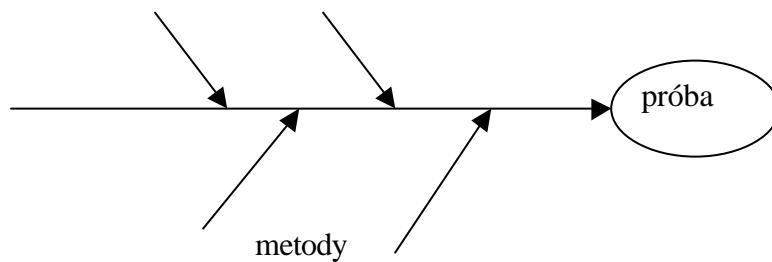
#### Wykres PARETO :

- ułatwia wskazanie grupy najważniejszych przyczyn błędów (awarii)
- ułatwia analizie możliwości uzyskania poprawy jakości przy ograniczonych nakładach

Należy wyeliminować „tylko” te problemy, które są przyczyną największych strat.

TQM – zarządzanie przez jakość

Diagram Ishikawy:



**Diagram przyczynowo-skutkowy (rybi szkielet)** – uporządkowany wykres przyczyn, na podstawie których nie potrafimy ustalić co zrobić, aby poprawić produkcję

**Karty kontrolne Shewharta**

Służą do obserwowania przebiegu procesu produkcji i wskazywania znaczących odchylen.

**Linia centralna** – reprezentuje wartość średnią, obliczoną na podstawie długich obserwacji lub założoną z góry.

**Granice kontrolne** – linie pomiędzy którymi z b. dużym prawdopodobieństwem znajduje się wartość rozpatrywanego parametru, jeśli proces jest w stanie statystycznie uregulowanym.

**Rodzaje kart kontrolnych:****Do oceny alternatywnej**

- **karta P** – frakcji jednostek (p) niezgodnych, czyli procenta jednostek wadliwych w danej produkcji (możemy estymować wielkość p na podstawie 20-30 próbek)
- **karta NP** – liczby jednostek niezgodnych. Próbkę dużej liczebności
- **karta C** – liczby niezgodności, nie znamy liczebności próbki
- **karta U** – podobna do C, ale nie koniecznie musimy znać liczby niezgodności (np. ile zadrapań ma mebel) – liczba niezgodności na jednostkę

**Do oceny liczbowej**

- **karta X-R** (wartości średniej i rozstepu)
- **karta X-S** (wartości średniej i odchylenia) /gdy próbki różnią się liczebnością/

**Plan badania wg. oceny alternatywnej**

$$x_i = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } x_i \text{ spełnia wymogi} \\ 1 & \text{jeśli } x_i \text{ nie spełnia wymogów} \end{cases}$$

$$d = \sum_{i=1}^n x_i$$

- jednostopniowy plan badania:  
c – dopuszczalna ilość błądów  
*if*  $d > c$  *then* **odrzuć partię**  
*else* **przyjmij partię**

**Charakterystyczne parametry**

- wadliwość dopuszczalna
- wadliwość dyskwalifikująca
- ryzyko dostawcy
- ryzyko odbiorcy

**Plan badania wg. oceny liczbowej**

wymagają mniej próbek  
porównujemy wyniki pomiarów pewnych charakterystyk towaru z zadanymi dopuszczalnymi normami

**Cechy:**

- akceptowalny poziom jakości AQL
- graniczny poziom jakości RQL
- ryzyko dostawcy (alfa)
- ryzyko odbiorcy (beta)

**ANALIZA SZEREGÓW CZASOWYCH (inaczej dekompozycja)**

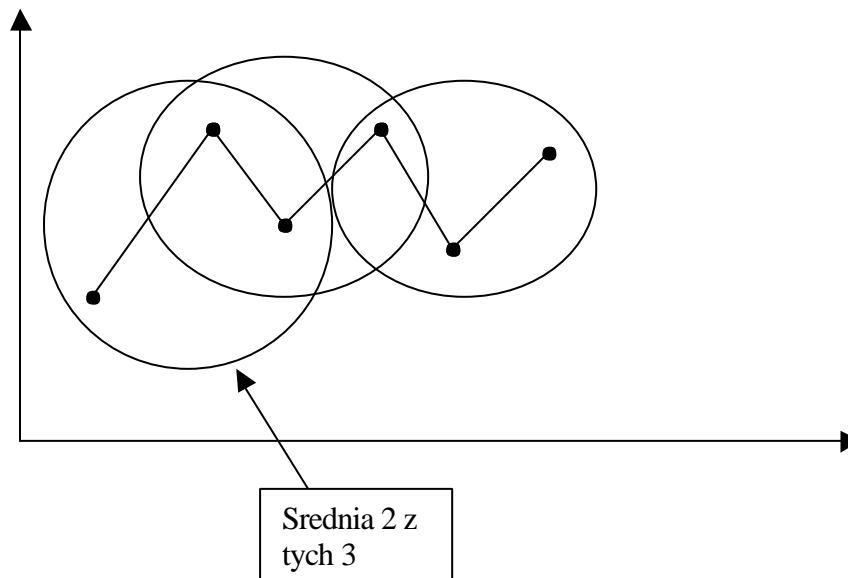
**Szereg czasowy** – zbiór obserwacji uporządkowanych w czasie :  $\{Y_t : t = 1, 2, \dots, n\}$

Składniki szeregu czasowego:

- 1) trend (tendencja rozwojowa)  $T_t$
- 2) wahania sezonowe  $S_t$
- 3) wahania cykliczne  $C_t$
- 4) wahania losowe  $e_t$

Model addytywny :  $Y_t = T_t + S_t + C_t + e_t$  (stała amplituda)

Model multiplikatywny :  $Y_t = T_t * S_t * C_t * e_t$  (zmienna amplituda)

**Srednia ruchoma (wyrzucenie błędów)**

$$Y_t = \frac{1}{2q+1}$$

$$t = q+1, q+2, \dots, n-q$$

q – związane z okresem (liczba kólek)



np.

I	II	III	IV	V	VI	VII
623	1580	741	811	1000	1363	584

q=1

$$Y_2 = \frac{1}{3}(623 + 1580 + 741) \approx 981$$

$$Y_3 = \frac{1}{3}(1580 + 741 + 811) \approx 1044$$

$$Y_4 = \frac{1}{3}(741 + 811 + 1000) = 851$$

q=2 (5-cio okresowa)

$$Y_3 = \frac{1}{5}(623 + 1580 + 741 + 811 + 1000) \approx 452$$

$$Y_4 = \frac{1}{5}(1580 + 741 + 811 + 1000 + 1363) \approx 1099$$

itd.....

**Wygladzanie wykladnicze**

(wykladniczo wazona srednia ruchoma)

- proste wygladzanie wykladnicze (brak wyraznego trendu i wahan sezonowych)

$$\text{Model: } \hat{Y}_{t+1} = \alpha * Y_t + (1 - \alpha) * \hat{Y}_t$$

 $\alpha$  [0;1] wsp. wygladzania $\hat{Y}_t$  - prognoza w chwili t

Jak dobierec alfa: szereg bardzo nieregularny → male alfa  
Szereg bardzo gladki → duze alfa

