1. Podstawowe pojęcia algebraiczne (grupa,pierścień,ciało)
2. Pierścień Euklidesa i struktura ilorazowa

Pierścień Euklidesa $f= q*b +r \quad N(r)<N(b)$

K- ciało

K[x]- pierścień wielomianów nad K

Zakładamy, że

$N(a)=0 \Rightarrow a=0$

$N(a,b)=N(a)*N(b)$

Zad.1

$K=F_2$

Wykonuje dzielenie z resztą

$f(x)=x^3+x+1$

$g(x)=x^2+1$

$$\begin{array}{l} \underline{x\quad\quad} \\ x^3+x+1 : x^2+1 \\ \underline{-x3-x\quad} \\ \quad\quad 1 \end{array}$$

$q=x \; r=1$

$N(f)=2^{s+f}$ i $st(0)= -\infty \Rightarrow 2^{-\infty}:=0$

wtedy $N(g)=N(x^2+1)=4$

$\Rightarrow N(r)<N(g)$

$N(r)=N(1)=1$

Zad.2

R=Z[i]

$N(a+b_i)=a^2+b^2$

Wykonać dzielnie z resztą w Z[i]

3+2i przez 1+i

3+2i= 2(1+i)+1

W(1)=1 W(1+i)=2

3t=2i=(2i)*(1+i)+i $\frac{3+2i}{1+i}*\frac{1-i}{1-i}=\frac{5-i}{2}$ q=2-i

$\frac{K[x]}{(f)}=\{[g]_N\}^{g+K[x]}$ $g_1 \sim g_2 \Leftrightarrow g_1-g_2=h*f$

Przykład:

1) $\frac{K[x]}{1}$ $g_1 \sim g_2 \Leftrightarrow 1 | g_1-g_2$ czyli jedna klasa abstrakcji

2) $\frac{K[x]}{2}$ $g_1 \sim g_2 \Leftrightarrow 2 | g_1-g_2$ g_1-g_2 2 h(x) czyli $1 \neq 0$

bo $2 \nmid 1$

K- ciało

K[X,Y]- pierścień wielomianu o dwóch zmiennych

C(X,Y) є K[X,Y]

$R=\frac{K[X,Y]}{(C)}$ $C(X,Y)=Y^2-X^3-X$

$R=\frac{K[X,Y]}{Y^2-X^3-X}$ zatem sparawdz czy $F(X,Y)=\frac{X^2-X^3}{X}$

należą do klasy dzielonej przez 1 ze
względu na ~ $g_1 \sim g_2 \Leftrightarrow C(X,Y) | g_1-g_2$

$$g_1\text{-}g_2=\frac{Y^2-X^3}{\mathrm{X}}-1=\frac{Y^2-X^3-X}{\mathrm{X}}=Y^2-X^3-X\,|\,\frac{Y^2-X^3-X}{X}=\frac{1}{X}(X^2-X^3-X)$$