

3. Protokół Diffie-Hellmana w grupie E_k

(E_k, P) - inicjalizacja + q - rząd E_k

Ustalamy $P \in E_k$ (publiczny), dużego rzędu

A generuje losowe $a < q$ B generuje losowość $b < q$

1. A oblicza i wysyła do B wartość aP
2. B oblicza i wysyła do A wartość bP
3. Klucz wymuszony, bo $K_{AB} = abP$ obliczam dla A: $a * bP$
dla B: $b * aP$

Założenie:

Problem, Diffie-Hellmana: znając aP i bP nie możemy znaleźć abP (trudno obliczeniowe)

Zatem, $E_5: y^2 - (x^3 - x) = 0$

$$G_5 = \{O, (0,0), (1,0), (2,1), (2,4), (3,3), (3,2), (4,0)\}$$

$P = (2,1)$ A-losuje $a=2$ B- losuje $b=2$

Obliczyć aP , bP , abP

$$\lambda = \frac{3 * 4 - 1}{2} = \frac{11}{2} = \frac{1}{2} = 2^{-1} = 3$$

$$x_3 = 3^2 - 2 * 2 = 0$$

$$y_3 = 3(2 - 0) - 1 = 0$$

$$aP = 2 * (2,1) = (0,0)$$

$$bP = 2*(2,1) = (0,0)$$

$$abp = a*bP = 2*(0,0) = \Theta$$

to samo dla a=2 b=4 aP=(0,0)

$$bP = 4*(2,1) = 2*(2*(2,1)) = \Theta$$

przeciwny do (2,1) czyli $(x,y) + (2,1) = \Theta$

odwrotny do (2,1) jest (2,4) $\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3}{0}$

$$E_7: y^2 - (x^3 - x) = 0 \pmod{7}$$

$$G_7 = \{\Theta, (0,0), (1,0), (4,2), (4,4), (5,1), (5,6), (6,0)\}$$

$$P = (5,1) \quad A\text{-losuje } a=2$$

$$B\text{- losuje } b=2$$

$$\lambda = 2$$

$$x_3 = 1$$

$$y_3 = 0$$

$$2P = (1,0) \text{ czyli } 4P = \Theta$$