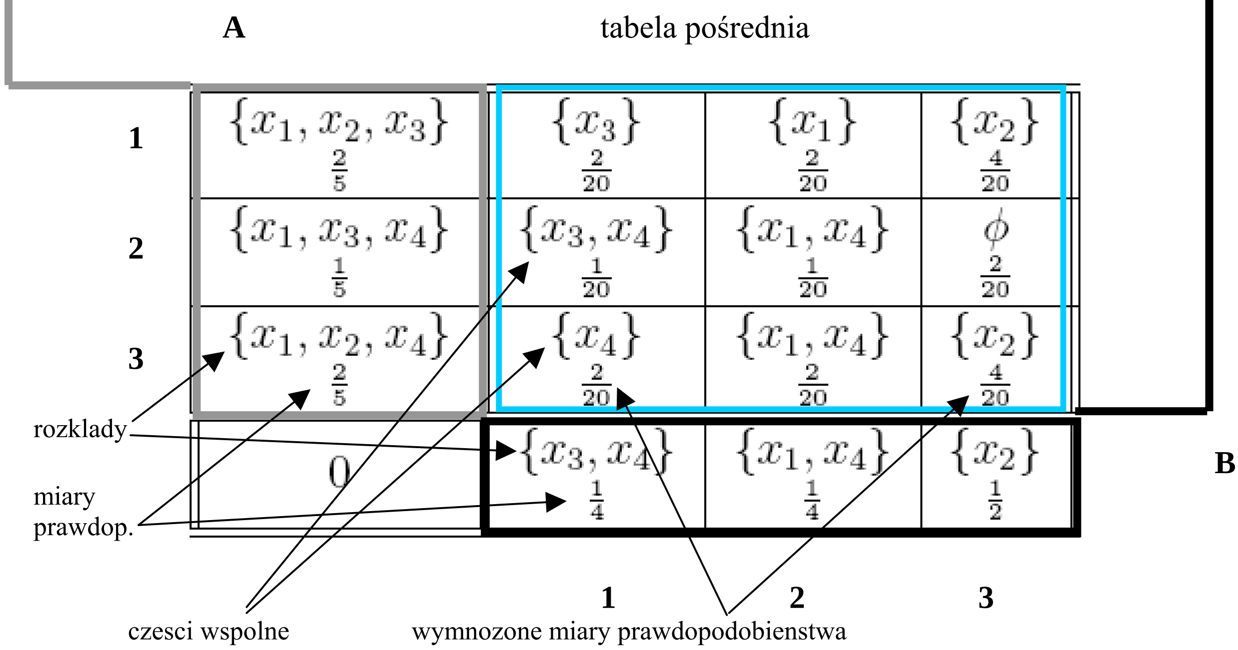
3. Korzystając z teorii Dempstera-Shafera obliczyć rozkład prawdopodobieństwa dla połączenia dwóch rozkładów:

$\{m(\{x_1, x_2, x_3\}) = \frac{2}{5}, m(\{x_1, x_3, x_4\}) = \frac{1}{5}, m(\{x_1, x_2, x_4\}) = \frac{2}{5}\}$ i

$\{m(\{x_3, x_4\}) = \frac{1}{4}, m(\{x_1, x_4\}) = \frac{1}{4}, m(\{x_2\}) = \frac{1}{2}\}$

oraz wartości funkcji przekonania Bel i wyobrażalności Pl dla wszystkich trzech rozkładów.



Rozklad prawdopodobienstwa dla polaczenia dwoch rozkladow obliczamy tworzac tabele posrednia. W tabeli posredniej u gory w kazdym polu umieszczamy czesci wspolne dla par rozkladow.

Np. dla pary (1,1) czyli {x1, x2, x3} i {x3, x4} czesc wspolna to {x3} i to wpisujemy w pole o wspolrzednych (1,1). Jeżeli nie ma czesci wspolnej to wpisujemy ϕ. Dla pary (2,1) czesc wspolna to {x3, x4} itd.

Pod czesciami wspolnymi wpisujemy wymnozone miary prawdopodobienstwa dla poszczegolnych par rozkladow.

Np. dla pary (1,3) czyli {x1, x2, x3} i {x2} czesc wspolna to {x2} i taka wartosc jest wpisana w polu na gorze, natomiast wymnozona miara prawdopodobienstwa ma wartosc 2/5 * ½ =2/10=4/20 i taka wartosc umieszczamy pod {x2}

wszystkie wymnozone miary w tabeli posredniej musza być sprowadzone do wspolnego mianownika.

Sumowanie ortogonalne

Jeżeli w tabeli posredniej jest jakies pole puste ϕ to stosujemy wzor:

<u>Suma iloczynow czastkowych</u>
1-suma miejsc pustych

jeżeli nie ma pol pustych to liczymy tylko sume iloczynow czastkowych

suma iloczynow czastkowych jest to suma pol które maja takie same wartosci w gornej czesci w tabeli posredniej.

Na poczatku liczymy sume miejsc pustych:

$$\sum_{A\cap B=\phi} m_1(A)m_2(B) = \frac{2}{20};$$ dodajemy ulamki ze wszystkich pol pustych w tym przypadku jest tylko jedno i ma wartosc 2/20

Potem liczymy sumy dla poszczegolnych czesci wspolnych w tabeli posredniej stosuja wczesniej napisany wzor dla tabeli posredniej z miejscami pustymi:

$$(m_1 \oplus m_2)(\{x_2\}) = \frac{\frac{4}{20} + \frac{4}{20}}{1 - \frac{2}{20}} = \frac{\frac{8}{20}}{\frac{18}{20}} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9};$$ liczymy sume dla {x2}, wiec z tabeli posredniej wybieramy wartosci ulamkow ze wszystkich pol które maja w gornej swojej czesci {x2}, mamy 2 takie pola (wspolrzedne (1,3) i (3,3)) i sumujemy. Stad w rownaniu dla {x2} suma iloczynow czastkowych wynosi 4/20 + 4/20, na dole rowanania z raccji tego ze w tabeli posredniej sa miejsca puste od 1 odejmujemy sume pol pustych (jest tylko jedno) czyli 2/20 stad na dole 1-2/20 obliczamy taki ulamek i mamy wynik 4/9.

$$(m_1 \oplus m_2)(\{x_1, x_4\}) = \frac{\frac{3}{20}}{\frac{18}{20}} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6};$$ Dla pary {x1, x4} mamy dwa pola (wspolrzedne (2,2) i (3,2)). Wartosci ulamkow w tych polach to 1/20 i 2/20 stad suma iloczynow czastkowych wynosi 3/20, na dole 1-2/20 czyli 18/20 (tak będzie przy kazdej sumie ortogonalnej dla tej tabeli)

$$(m_1 \oplus m_2)(\{x_3, x_4\}) = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{18}{20}} = \frac{1}{18};$$ Dla pary (x3, x4) mamy jedno pole (2,1) wartosc ulamka 1/20 i tak tez zapisujemy w rownaniu, na dole to co zwykle czyli 18/20.

$$m(\{x_1\}) = \frac{\frac{2}{20}}{\frac{18}{20}} = \frac{1}{9};$$ pole {x1} wystepuje tylko raz w tabeli posredniej i ma wartosc 2/20.

$$m(\{x_3\}) = \frac{\frac{2}{20}}{\frac{18}{20}} = \frac{1}{9};$$ pole {x3} również wystepuje tylko raz w tabeli posredniej i ma wartosc 2/20

$$m(\{x_4\}) = \frac{\frac{2}{20}}{\frac{18}{20}} = \frac{1}{9};$$ pole {x4} wystepuje tez raz w tabeli posredniej i ma wartosc 2/20

Mamy już policzone sumy ortogonalne wiec mozmy zaczac liczyc funkcje przekonania Bel i wyobrazalnosci Pl.

Podstawowe zasady liczenia:
- **Bel** – liczac ta funkcje bierzemy pod uwage tylko te ogniskowe (rozklady) które skladaja się z dowolnego argumentu lub argumentow dla których jest liczona funkcja przekonania.
Np. jeżeli liczymy Bel dla rozkladu {x1, x2, x3} to możemy wziasc pod uwage tylko takie rozklady: {x1}, {x2}, {x3}, {x1, x2}, {x1, x3}, {x2, x3}, {x1, x2, x3} czyli rozklady które skladaja się tylko z ogniskowych liczonego rozkladu.
- **Pl** – liczac te funkcje bierzemy pod uwage te rozklady które maja ogniskowa (czesc) wspolna z liczonym argumentem.
Np. Pl dla rozkladu {x1, x2} możemy wziasc pod uwage rozklady {x1}, {x2}, {x1, x3}, {x2, x4} itp. rozklad musi mieć czesc wspolna z liczonym rozkladem.

Dla pierwszego rozkładu:
$Bel(\{x_1, x_2, x_3\}) = \frac{2}{5}$; $Bel(\{x_1, x_3, x_4\}) = \frac{1}{5}$; $Bel(\{x_1, x_2, x_4\}) = \frac{2}{5}$;
$Pl(\{x_1, x_2, x_3\}) = 1$; $Pl(\{x_1, x_3, x_4\}) = 1$; $Pl(\{x_1, x_2, x_4\}) = 1$;

Pierwszy rozklad w kolumnie A.
Liczac Bel przepisujemy rozklady z kolumny i sa one rowne ulamkom umieszczonym pod nimi. Bel to suma rozkladow które skladaja się z ktorejs lub ktorys z ogniskowych liczonego rozkladu + wartosc liczonego rozkladu. W tym przypadku nie ma innych rozkladow które w calosci by się skladaly z rozkladu liczonego wiec funkcja przekonania jest rowna wartosci liczonego rozkladu.
Liczac Pl przepisujemy rozklady i Pl to suma rozkladow które maja czesc wspolna z liczonym rozkladem + wartosc liczonego rozkladu. W tym przypadku dla którego rozkladu bysmy nie liczyli to pozostale dwa maja z nim jakas czesc wspolna dlatego zawsze jest to liczone 2/5+1/5+2/5=1

Dla drugiego rozkładu:
$Bel(\{x_3, x_4\}) = \frac{1}{4}$; $Bel(\{x_1, x_4\}) = \frac{1}{4}$; $Bel(\{x_2\}) = \frac{1}{2}$;
$Pl(\{x_3, x_4\}) = m(\{x_3, x_4\}) + m(\{x_1, x_4\}) = \frac{1}{2}$; $Pl(\{x_1, x_4\}) = \frac{1}{2}$; $Pl(\{x_2\}) = \frac{1}{2}$;

Drugi rozklad w kolumnie B
Bel – tak samo jak wyzej, nie ma innych rozkladow które w calosci skladaly by się z ogniskowej/ogniskowych zawartych w liczonym rozkladzie.
Pl – jedynie dla {x2} nie ma rozkladu który by miał z nim czesc wspolna wiec przepisujemy wartosc spod {x2}, dla pozostalych dwoch {x3, x4} czesc wspolna z rokladem ma rozklad {x1, x4} dlatego dodajemy wartosci z tych dwoch rozkladow czyli ¼+1/4=2/4=1/2
I tak samo dla {x1, x4} czesc wspolna ma rozklad {x3, x4} wiec takie same obliczenie.

Dla trzeciego policzonego rozkładu:
$Bel(\{x_2\}) = \frac{4}{9}$; $Bel(\{x_1, x_4\}) = m(\{x_1\}) + m(\{x_4\}) + m(\{x_1, x_4\}) = \frac{7}{18}$;
$Bel(\{x_3, x_4\}) = m(\{x_3\}) + m(\{x_4\}) + m(\{x_3, x_4\}) = \frac{5}{18}$; $Bel(\{x_1\}) = \frac{1}{9}$;
$Bel(\{x_3\}) = \frac{1}{9}$; $Bel(\{x_4\}) = \frac{1}{9}$;
$Pl(\{x_2\}) = \frac{4}{9}$; $Pl(\{x_1, x_4\}) = \frac{4}{9}$; $Pl(\{x_3, x_4\}) = \frac{4}{9}$;
$Pl(\{x_3\}) = m(\{x_3\}) + m(\{x_3, x_4\}) = \frac{1}{6}$; $Pl(\{x_1\}) = m(\{x_1\}) + m(\{x_1, x_4\}) = \frac{5}{18}$;
$Pl(\{x_4\}) = m(\{x_4\}) + m(\{x_1, x_4\}) + m(\{x_3, x_4\}) = \frac{1}{3}$;

Dla trzeciego rozkladu bierzemy wartosci i rozklady z tabeli posredniej
Do obliczen wykorzystujemy sumy ortogonalne

Bel({x2})=m({x2})=4/9 i tak dalej dla pojedynczych rozkladow
Bel({x1, x4})=m({x1})+m({x4})+m({x1, x4})=1/9+1/9+1/6=2/18+2/18+3/18=7/18
Liczymy tak dlatego ze {x1} i {x4} jakby nie patrzec skladaja się z ktorejs z ogniskowych rozkladu liczonego{x1, x4} podobnie robimy dla rozkladu {x3, x4} tam będą jeszcze uzyte rozklady {x3} i {x4} i tyle.

Pl({x2})=m({x2})=4/9 bo nie ma innego rozkladu który mialby w sobie {x2}
Pl({x1, x4})=m({x1})+m({x4})+m({x3, x4})+m({x1, x4})=1/9+1/9+1/18+1/6=2/18+2/18+1/18+3/18=8/18=4/9
Dlatego tak ze {x1}, {x4}, {x3, x4} maja czesc wspolna z liczonym rozkladem {x1, x4}
Pl({x3, x4})=m({x3})+m({x4})+m({x1, x4})+m({x3, x4})=1/9+1/9+1/6+1/18=4/9
Dlatego tak ze {x3}, {x4}, {x1, x4} maja czesc wspolna z liczonym rozkladem {x3, x4}
Reszta jest już rozpisana ☺