

Zad 1

Nierówność $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 6$

$x_1 = 2, 4, 6$ $x_1 > 0$ i parzyste

$x_2 = 0, 1$ $x_2 \in \{0, 1\}$

$x_3 = 0, 3, 6$ x_3 podzielne przez 3

$x_4 = 0, 1, 2$ $x_4 \leq 2$

W przypadku x_3 można zrezygnować z 6 bo najmniejsza wartość x_1 to 2.

$$(z^2 + z^4 + z^6)(1+z)(1+z^3+z^6)(1+z+z^2)$$

$$(z^2 + z^4 + z^6)(1+z^3) = z^2 + z^5 + z^4 + z^7 + z^6 + z^9$$

$$(1+z)(1+z+z^2) = 1 + z + z^2 + z + z^2 + z^3 = 1 + 2z + 2z^2 + z^3$$

$$(1 + 2z + 2z^2 + z^3)(z^2 + z^4 + z^5 + z^6 + z^7 + z^9 + 2z^3 + 2z^5 + 2z^6 + 2z^8 + 2z^9 + 2z^{11} + 2z^{12}) = z^2 + z^4 + z^5 + z^6 + z^7 + z^9 + 2z^3 + 2z^5 + 2z^6 + 2z^8 + 2z^9 + 2z^{11} + 2z^{12} + 2z^3 + 2z^5 + 2z^6 + 2z^8 + 2z^9 + 2z^{11} + 2z^{12} = z^2 + 2z^3 + 3z^4 + 4z^5 + 5z^6$$

Odp: Jest 15 rozwiązań nierówności

Zad 2

6 - rozróżnialnych procesorów

3 - nierozróżnialne procesory

Maksymalne obciążenie procesora to 3 zadania.

Najpierw należy obliczyć liczbę możliwych rozkładów obciążenia procesorów. $P(6,3) = P(5,2) + P(3,3) = P(4,1) + P(3,2) + 1 =$

$$1 + P(2,1) + P(1,2) + 1 = 3$$

$6 = 4 + 1 + 1$ $\leftarrow$ Ja mógłbym należy odnieść gdyż max obciążenie procesora nie może przekroczyć 3

$$6 = 3 + 2 + 1$$

$$6 = 2 + 2 + 2$$

Teraz liczbę rozkładów obciążenia trzeba pomnożyć przez ilość permutacji

średnia procesów 6! czyli $2 \cdot 6!$

Odp: Jest 1440 możliwych sposobów rozdelenia 6 procesów ponumerowanych na 3 takich samych procesorach tak aby na każdym z nich obciążenie nie przekroczyło 3.

Zad 4.) 5 rozróżnialych urządzeń
3 rozróżnialne stanowiska

Ponieważ ~~ważna~~ ważna jest kolejność wykonywania urządzeń na poszczególnych stanowiskach, to nie można użyć zwykłego wzoru na ilość suriekcji $\{k\} = k!$

a) Obliczam ilość kombinacji rozłożenia pracy na 3 stanowiska

$$x_1 + x_2 + x_3 = 5 \quad x_1, x_2, x_3 > 0 \text{ - wszystkie stanowiska}$$

Korzystam z równania diofantycznego

nie mogą powstać bezczynne

poziome stanowiska są rozróżnialne (nie jak w zadaniu 2)

Zmiennne x_i nie mogą przyjmować wartości większych niż 3 więc

f. tworząca będzie następująca:

$$(x + x^2 + x^3)^3 = x^3 + 3x^4 + \underline{6x^5} + 7x^6 + 6x^7 + 3x^8 + x^9$$

b) Obliczam ilość permutacji zbioru 5 urządzeń

$$5! = 120$$

c) Obliczam ilość sposobów wykonania 5 różnych urządzeń na 3 stanowiskach

$$6 \cdot 120 = \underline{720}$$

~~Odp~~ Odp: Jest 720 sposobów

Zad 6) 4 2 nierozróżnialne kule zielone

3 nierozróżnialne kule czerwone

5 rozróżnialnych kul ponumerowanych

Najpierw traktuj zbior kul ponumerowanych tak jak by były kulami w jakims teczku kolore i za pomocą współczynnika wielomianowego obliczam ilość możliwych ustawień:

$$\frac{12!}{5! \cdot 4! \cdot 3!}$$

Teraz ~~do~~ wartość, którą otrzymaliśmy mnożę przez liczbę permutacji kul ponumerowanych:

$$\frac{12!}{5! \cdot 4! \cdot 3!} \cdot 5! = \frac{12!}{4! \cdot 3!} = 3326400$$

Odp: Kule można ułożyć na 3326400 sposobów

Zad 8) Rozwiązaniem zadania jest liczba nieporządków

$$\begin{aligned} |D_4| &= 4! \cdot \sum_{i=0}^4 \frac{(-1)^i}{i!} = 4! \cdot \left(1 + \frac{-1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{-1}{6} + \frac{1}{24} \right) = \\ &= 4! \cdot \left(\frac{2}{6} + \frac{1}{24} \right) = 4! \cdot \frac{9}{24} = 9 \end{aligned}$$

Odp: Gonitwa może zakończyć się na 9 sposobów.