

## ZADANIA DOMOWE PRZED 1. KOŁOKWIUM

### Zadanie 1

Wyznacz wartość wyrażenia  $F(n) = \sum_{k=1}^7 (-1)^{\lfloor \frac{n}{k} \rfloor} \lfloor n \bmod k = 0 \rfloor$ , dla  $n = 7$ .

### Zadanie 2

Wyznacz wartość wyrażenia  $(-6) \bmod 4$ .

### Zadanie 3

Wyznacz wartość wyrażenia  $6 \bmod (-4)$ .

### Zadanie 4

Relacja  $R$  jest określona w zbiorze  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  za pomocą tabeli:

	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	1	1	0	0	1
3	0	1	1	0	1
4	0	0	0	1	0
5	0	1	0	0	1

Zbadaj, czy relacja  $R$  jest zwrotna, przechodnia, symetryczna, antysymetryczna. Czy relacja  $R$  jest funkcją?

### Zadanie 5

Relacja  $R$  jest określona w zbiorze  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  za pomocą tabeli:

	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	0	0	1	1
5	0	0	0	0	0

Dopełnij tablicę relacji  $R$  minimalną liczbą jedynek tak, aby stała się ona tablicą relacji porządkującej zbiór  $X$ . Uzasadnij dodanie każdej jedynki!

### Zadanie 6

Ile różnych relacji można zdefiniować w iloczynie kartezjańskim  $A \times B$ , jeśli  $|A| = m$  i  $|B| = n$ ?

Relacja  $R$  jest określona w zbiorze liczb rzeczywistych  $\mathbf{R}$ :  $xRy \Leftrightarrow |x + y| \leq 1$ .

Zbadaj, czy relacja  $R$  jest zwrotna, przechodnia, symetryczna i antysymetryczna, i czy jest funkcją.

Odpowiedzi dokładnie uzasadnij!

Zaznacz w układzie współrzędnych kartezjańskich zbiór punktów, których współrzędne tworzą pary w podanej relacji  $R$ .

### Zadanie 7

Ile różnych nazw składających się z 3 znaków można utworzyć z 10 cyfr arabskich i 26 liter alfabetu łacińskiego, jeśli nazwa musi zaczynać się literą?

### Zadanie 8

Ile liczb naturalnych z przedziału otwartego  $(100, 1000)$  można zapisać cyframi nieparzystymi?

### Zadanie 9

Ile liczb naturalnych 5 cyfrowych nie mniejszych od 10000 składa się z cyfr  $\{0, 2, 4, 6\}$ ?

### Zadanie 10

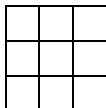
Numer rejestracyjny składa się z 3 liter wybieranych ze zbioru  $\{W, A, R, S, Z\}$  i następujących po nich 2 cyfr wybieranych ze zbioru  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . W numerze rejestracyjnym cyfry mogą się powtarzać, ale litery nie. Ile różnych numerów rejestracyjnych można utworzyć według powyższych reguł?

### Zadanie 11

Ile różnych kodów składających się z 5 znaków można utworzyć z 10 cyfr arabskich i 26 wielkich liter alfabetu łacińskiego, jeśli kod musi zaczynać się dwiema różnymi cyframi i kończyć literą oraz jeśli na trzeciej i czwartej pozycji może być zarówno cyfra jak i litera, ale nie może powtórzyć się ta sama litera?

**Zadanie 12**

Mamy do dyspozycji zbiór znaków składający się z 26 liter i 10 cyfr oraz tablicę  $3 \times 3$  o 9 polach.



Na ile sposobów można wypełnić tablicę znakami, jeśli muszą być spełnione dwa warunki:

- jeden z wierszy zawiera wyłącznie cyfry, a dwa pozostałe wyłącznie litery,
- w każdym wierszu wszystkie znaki są różne.

**Zadanie 13**

Na ile sposobów można przydzielić 5 procesów do wykonania 3 procesorom, jeśli procesy są wykonywane przez procesor zawsze w całości i należy określić kolejność wykonywania procesów dla procesora, któremu przydzielono więcej niż jeden proces.

**Zadanie 14**

Plan produkcji wymaga podania stanowiska montażowego dla każdego urządzenia i wskazania kolejności montowania urządzeń na każdym ze stanowisk. Których planów produkcji jest więcej i ile razy: planów montowania 4 urządzeń na 6 stanowiskach, czy planów montowania 6 urządzeń na 4 stanowiskach.

**Zadanie 15**

Dla dwóch permutacji

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 13 & 1 & 6 & 2 & 3 & 14 & 9 & 7 & 12 & 8 & 10 & 11 & 4 & 5 \end{pmatrix} \text{ i}$$

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 4 & 13 & 14 & 1 & 6 & 5 & 11 & 7 & 8 & 12 & 9 & 10 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

rozłóż na rozłączne cykle permutację  $h = f^{-1}g^{-1}$ , wyznacz typ i znak tej permutacji.

**Zadanie 16**

Dla dwóch permutacji

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 \\ 8 & 3 & 7 & 6 & 12 & 11 & 15 & 13 & 14 & 5 & 16 & 10 & 2 & 4 & 17 & 1 & 9 \end{pmatrix} \text{ i}$$

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 \\ 7 & 15 & 6 & 5 & 14 & 10 & 16 & 3 & 4 & 13 & 2 & 17 & 8 & 11 & 1 & 9 & 12 \end{pmatrix}$$

rozłóż na rozłączne cykle permutację  $h = (fg)^{-1}$ , wyznacz typ i znak  $\text{sgn}(h)$  tej permutacji.

**Zadanie 17**

Określ znak permutacji  $f^{-1}$ , jeśli wiadomo, że permutacja  $f$  jest typu  $1^2 2^3 3^1 4^2$ .  
Dokładnie uzasadnij odpowiedź.

**Zadanie 18**

Na ile sposobów można wykleić na ścianie kwadrat mając do dyspozycji 25 różnokolorowych kafelków?

**Zadanie 19**

Ile jest permutacji  $f$  zbioru siedmioelementowego, dla których  $f(4) = 4$ ?

**Zadanie 20**

Na ile sposobów można ułożyć litery  $\{a, b, c, d, e, f\}$  w ciąg, tak aby litery  $\{a, b\}$  były obok siebie.

